Stand: April 2020

lernlinie

Mathes 0

Screening zur Erfassung der Mathematikleistungen zum Schulbeginn

Manual

www.lernlinie.de/to/mathes0

Inhalt

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Kurzinformation

Titel, Autoren, Jahr	Mathes 0, Simon Sikora & Stefan Voß, 2016
Diagnostische Zielsetzung	Erfassung der mathematischen Lernvoraussetzungen zum Schulbeginn bei allen Kindern
Anwendungsbereiche	Grundschulmathematikunterricht nach der Einschulung
Aufbau	44 Aufgaben aus den Bereichen Zahlbegriffsverständnis sowie den Grundrechenarten Addition und Subtraktion
Anwendungszeitraum	Anfang Klasse 1 (3. / 4. Schulwoche)
Durchführung	Gruppentestung im Klassenkontext durch die Lehrkraft bei geführter Testbearbeitung innerhalb einer Unterrichtsstunde
Auswertung	Auswertung mithilfe von Auswertungsvorlagen
Normen	Vergleichsdaten aus Mecklenburg-Vorpommern (N = 1033)
Reliabilität	Interne Konsistenz: α = .94 (Mitte Klasse 1; N = 1207) α = .95 (Anfang Klasse 2; N = 1218) Retest-Reliabilität: r_{tt} = .74** (N = 911)
Validität	Konstruktvalidität: konstruktnahe Korrelation: mit DEMAT 1+: r = .82** (N = 1082) konstruktferne Korrelationen: mit KFT 1-2 R: r = .56** (N = 1155); mit WLLP: r = .46** (N = 1156) prognostische Validität: Korrelation Mathes 1 (Mitte Klasse 1) zum DEMAT 1+ (Ende Klasse 1): r = .73** (N = 872) RATZ-Index Mathes 1 (Mitte Klasse 1) zum DEMAT 1+ (Ende Klasse 2): 0.71 (N = 870)

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Zielstellung der Mathes-Testreihe

Täglich stellen sich Lehrkräfte Fragen wie die folgenden:

„Lernen alle Kinder in meinem Unterricht erfolgreich oder kommt jemand nicht mit?“
„Kann ich das aktuelle Themengebiet abschließen und im Stoff weitermachen oder brauchen die Schülerinnen und Schüler noch mehr Lernzeit?“
„Was genau hat die Schülerin bzw. der Schüler noch nicht verstanden?“

Solche Fragen haben das Ziel, den Unterricht bestmöglich an die individuellen Lernausgangslagen und Förderbedürfnisse der Kinder anzupassen. Die Mathes-Testreihe soll Lehrkräfte bei vertretbarem Aufwand dabei unterstützen, zu einer präzisen Einschätzung der aktuellen Lernstände sowie der Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler zu gelangen. Die Testverfahren können in dreierlei Hinsicht helfen, nämlich

- beim genauen Einschätzen des Spektrums der Leistungen der Schülerinnen und Schüler, um den Unterricht daran bestmöglich anpassen zu können,
- beim rechtzeitigen Erkennen derjenigen Schülerinnen und Schüler mit Risiken bzw. bereits ausgeprägten Schwierigkeiten im Kompetenzerwerb sowie
- bei der Planung effektiver Fördermaßnahmen, insbesondere für diejenigen Schülerinnen und Schüler mit besonderen Unterstützungsbedarfen.

Zu diesem Zweck wurden Mathes-Tests für jede Klassenstufe entwickelt, welche jeweils zum Beginn und in der Mitte des Schuljahres eingesetzt werden können.

1.2 Exkurs: Klassifikation und Epidemiologie von mathematischen Lernschwierigkeiten - Was soll verhindert werden?

Schwierigkeiten beim Rechnen- bzw. mathematischen Lernen gehören für viele Schülerinnen und Schüler (und deren Lehrerinnen und Lehrer) zum schulischen Alltag. Allerdings erhält nicht jedes Kind mit schwachen Leistungen in Mathematik die Diagnose „Dyskalkulie“ bzw. „Rechenstörung“. Nach den Kriterien der Weltgesundheitsorganisation leidet ein Kind nur dann unter einer Dyskalkulie, wenn seine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten im Gegensatz sowohl zur allgemeinen Intelligenz als auch zu anderen schulischen Leistungen, z. B. dem Lesen und der Rechtschreibung, steht (sog. doppeltes Diskrepanzkriterium):

> *„Diese Störung beinhaltet eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnungen benötigt werden.“* (ICD-10, Dilling, Mombour & Schmidt, 2011, S. 338)

Das Verwenden des Diskrepanzkriteriums zur Bestimmung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten sowie eine daran gebundene Zuweisung von Fördermaßnahmen wird in der Fachliteratur aus verschiedenen Gründen kritisiert (u. a. Gaidoschik, 2011; Hartke & Diehl, 2013; Krajewski, 2003; Lorenz, 2005; Moser Opitz, 2004; Koch, 2005; Koch & Knopp, 2010). Gaidoschik stellt berechtigterweise die Frage: „Verdient denn ein Kind, das nicht nur im Rechnen, sondern auch beim Lesen Probleme hat, weniger Förderung in Mathematik als jenes, welches dem ‚Diskrepanz-Kriterium‘ genügt?“ (2011, S. 12). „Es erscheint hingegen sinnvoller, all jene Kinder in die Förderung aufzunehmen, deren Lernfortschritte, durch welche Gründe auch immer, als unzureichend angesehen werden“ (Lorenz, 2005, S. 15).

Während nur etwa 4 % bis 8 % aller Schülerinnen und Schüler den Kriterien einer Dyskalkulie bzw. Rechenstörung entsprechen (von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007; Lorenz, 2014), gehen Hasselhorn, Marx und Schneider (2005) vor dem Hintergrund der Befunde einschlägiger Prävalenz- und Schulleistungsstudien wie IGLU (Bos et al., 2003) oder TIMSS (Bos et al., 2008; Bos, Wendt, Köller & Selter, 2012; Selter, Walter, Walther & Wendt, 2016) davon aus, dass etwa 20 % aller Viertklässlerinnen und Viertklässler im Fach Mathematik Leistungsrückstände im Umfang von zwei Schuljahren aufweisen.

Schwierigkeiten im Fach Mathematik kommen bei Jungen und Mädchen etwa gleich häufig vor (Jacobs & Petermann, 2012; Landerl & Kaufmann, 2008). Bei vielen Schülerinnen und Schülern treten mathematische Lernschwierigkeiten nicht isoliert auf, sondern in Kombination mit Lese-Rechtschreibschwächen und psychischen Auffälligkeiten, insbesondere ADHS, Ängste und Depressionen (zusammenfassend Lambert, 2015; Sikora & Voß, 2018).

Die berichteten Befunde machen deutlich, dass statistisch gesehen etwa jedes fünfte Kind besondere Unterstützung im Fach Mathematik benötigt. „Frühzeitig zu erkennen, wenn Kinder Schwierigkeiten beim Erlernen mathematischer Begriffe haben, ist vermutlich der wichtigste Schritt auf dem Weg zur Förderung“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 151). Die Verfahren der Mathes-Testreihe sollen Lehrkräfte dabei unterstützen.

2 Theoriebasierte Testentwicklung

Aufgrund der Relevanz der Arithmetik für den weiteren mathematischen Kompetenzerwerb wurde beschlossen, die Mathes-Testreihe in den ersten beiden Grundschuljahren auf den Inhaltsbereich *Zahlen und Operationen* zu begrenzen, wenngleich auch im Anfangsunterricht bereits geometrische und stochastische Fragestellungen sowie der Umgang mit Größen thematisiert werden sollten (KMK, 2005). Diese Entscheidung war notwendig, um dem Anspruch der Verfahren einer zeitökonomischen Leistungsmessung ganzer Klassen gerecht werden zu können.

2.1 Mit welchen Kompetenzen kommen Schülerinnen und Schüler in die erste Klasse?

Das mathematische Lernen beginnt nicht erst mit der systematischen Unterrichtung in der Schule, sondern bereits in der frühen Kindheit im Rahmen alltäglicher sozialer Interaktionen und im Spiel. Die Entwicklung der vorschulischen mathematischen Kompetenzen ist vergleichsweise gut erforscht und wird durch Entwicklungsmodelle wie das Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski, 2013) oder das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung von Fritz und Ricken (2008) skizziert. Demnach gelangen Kinder im Laufe der Zeit zu verschiedenen mathematischen Einsichten und Konzepten, welche in den Modellen als aufeinander aufbauende Entwicklungsniveaus beschrieben werden. Der frühe mathematische Kompetenzerwerb verläuft bei allen Kindern also prinzipiell ähnlich, allerdings in individuell unterschiedlichem Tempo. Die Tabelle 1 ordnet ungefähre Altersangaben den Entwicklungsschritten zu.

Tabelle 1: Kompetenzstufenmodell von Fritz & Ricken (2008) mit Alters- bzw. Klassenangaben (nach Fritz, Ricken, Balzer, Leutner & Willmes, 2012)

Stufe	Alter bzw. Klassenstufe	Entwicklungsschritt
0	3-4	Zählzahl
1	4 ½ bis 5 ½	Ordinaler Zahlenstrahl
2	Anfang Klasse 1	Kardinalität und Zerlegbarkeit
3	Mitte / Ende Klasse 1	Enthaltensein und Klasseninklusion
4	Anfang / Mitte Klasse 2	Relationaler Zahlbegriff
5	Ende Klasse 2	Einheiten in Zahlen erkennen

Mit der Frage, mit welchem Wissen über Zahlen und Operationen Kinder in die Schule kommen, beschäftigten sich zahlreiche Studien (zusammenfassend Sikora, 2017). „Die verschiedenen Untersuchungen zeigen […], dass Schulanfänger zu unterschiedlichen mathematischen Themengebieten äußerst beachtliche, im Detail aber sehr unterschiedliche Vorerfahrungen und Vorkenntnisse besitzen“ (Käpnick, 2014, S. 73).

Schmidt (1982a) forderte 1138 Schulanfängerinnen und Schulanfänger auf, so weit zu *zählen*, wie sie können. Dabei kamen 97 % der Kinder mindestens bis zur Zahl zehn, 70 % mindestens bis zur Zahl 20, 45 % mindestens bis zur Zahl 30 und 15 % der Kinder mindestens bis zur Zahl 100. Diese Ergebnisse wurden in neueren Studien weitestgehend bestätigt (Keller & Pfaff, 1998; van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001; Gaidoschik, 2010; Deutscher, 2012). Hinsichtlich der Flexibilität der Zahlwortreihe zeigte sich bei der Erprobung des Osnabrücker Tests zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ; van Luit et al., 2001) mit 330 Kindern, dass etwa drei Viertel aller Schulanfängerinnen und Schulanfänger von einer Startzahl bis zu einer Zielzahl weiterzählen und die Hälfte von ihnen in Zweierschritten zählen kann. Die Beherrschung der Zahlwortreihe ist aber nicht gleichzusetzen mit der Fähigkeit, die Zahlwortreihe zum Abzählen zu nutzen. „Resultatives Zählen von Elementen einer Menge erfordert über das Beherrschen der Zahlwortreihe hinaus auch noch das richtige Anwenden aller Zählprinzipien im Zählprozess“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 29). Zwanzig geordnete Gegenstände können von 58 % der Kinder korrekt abgezählt werden, bei ungeordneten gelingt dies immerhin 49 %. Rückwärtszählen von der Zahl 17 konnte etwa ein Drittel von ihnen (Hasemann, 2007). In der Untersuchung von Schmidt (1982a) gelang es 64 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger zu einer vorgegebenen Menge von neun Plättchen und 45 % zu einer

Menge von vierzehn Plättchen die richtige Zahl zu nennen. In Studien mit jeweils über 800 Schulanfängerinnen und Schulanfängern konnten immerhin 87 % (Selter, 1995) bzw. 78 % (Grassmann et al., 2002) die Aufgabenstellung, in einem Zwanzigerpunktefeld neun Kreise auszumalen, richtig lösen. Ähnliche Erkenntnisse erbrachte die Untersuchung von Schmidt (1982a): Sollte die entsprechende Anzahl von Plättchen zu einem vorgegebenen Zahlwort gelegt werden, gelang dies mehr Kindern als die umgekehrte Aufgabenstellung (s. o.). So konnten 87 % die richtige Menge zur Zahl sieben legen und 60 % zur Zahl 16. Folglich bereitet die Eins-zu-Eins-Zuordnung mehr Schwierigkeiten beim reinen Zählen einer vorgegebenen Menge.

Die meisten Schulanfängerinnen und Schulanfänger verfügen bereits über profunde *Ziffernkenntnisse*. So konnten durchschnittlich neun von zehn Ziffern korrekt benannt werden, über drei Viertel aller interviewten 1138 Kinder konnte sogar alle Ziffern von null bis neun richtig lesen (Schmidt, 1982b). Das Identifizieren der 13, einer zweiziffrigen Zahl, gelang etwas mehr als 60 % der 800 getesteten Schulanfängerinnen und Schulanfänger (Schroedel-Verlag, 1996). Dieser Befund wird in der Untersuchung von Deutscher (2012) bestätigt. In ihrer Studie konnten 65 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger das Zahlwort zur Zahl zwölf richtig benennen. Das Schreiben der Zahlsymbole bereitet hingegen mehr Probleme als das Benennen. Durchschnittlich wurden fünf bis sechs Ziffern zu Schulbeginn richtig geschrieben, wobei häufig Verwechslungen der neun und sechs sowie spiegelbildliche Schreibweisen auftraten (Schmidt, 1982b).

Die Begriffe „mehr" bzw. „weniger" sind den Kindern zur Einschulung bereits gut geläufig und können mehrheitlich richtig zum Mengen- bzw. Zahl*vergleich* genutzt werden. In der Studie von Schmidt (1982c) konnten 95 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger die größere von zwei Mengen mit fünf bzw. sechs Plättchen bestimmen, knapp 80 % antworteten auch richtig, als die Menge von 13 mit der Menge von 14 Plättchen verglichen werden sollte. Auch ohne Anschauung der konkreten Mengen wussten 69 % der im Rahmen der Erprobung des OTZ (van Luit, van de Rijt & Hasemann, 2001) befragten Kinder, dass 13 Bonbons mehr als neun sind (Hasemann & Gasteiger, 2014). Den Nachfolger der Zahl sechs konnten in der Untersuchung von Deutscher (2012) 94 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger richtig benennen, den Vorgänger von neun 75 %.

Die Operationen *Addition* und *Subtraktion* können bereits vor Schulbeginn von zahlreichen Kindern ausgeführt werden. 75 % der von Gaidoschik (2010) interviewten 138 Kinder konnten zu Schulbeginn dem Pluszeichen, hingegen nur 30 % dem Minuszeichen eine Benennung zuordnen (z. B. „plus", „und" bzw. „minus", „weniger"). Deutscher (2012) legte einfache Additionsaufgaben mit Plättchen und stellte diese 108 Schulanfängerinnen und Schulanfängern. 91 % der befragten Kinder konnten die Aufgabe drei plus zwei und 87 % die Aufgabe vier plus vier richtig lösen. Wurden die Aufgaben ohne Plättchen präsentiert, lagen die Lösungsraten der Kinder zwischen 56 % (sechs plus fünf) bis 81 % (fünf plus fünf) bzw. 83 % (zwei plus zwei). Hasemann und Gasteiger (2014) beschreiben, dass Schulanfängerinnen und Schulanfänger bei solchen Aufgaben unterschiedliche Lösungsstrategien anwenden. Diese stützen sich zwar in der Regel auf verschiedene Zählstrategien, manche Ergebnisse können aber auch hergeleitet werden (z. B. das Ergebnis von sechs plus fünf aus der Aufgabe fünf plus fünf). Diese Einschätzung wird durch die Befunde von Deutscher (2012) gestützt. In Ihrer Studie konnten 41 % der befragten Kinder das richtige Ergebnis der Aufgabe 200 + 200 nennen, vermutlich zumeist abgeleitet von der Aufgabe zwei plus zwei. 18 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger konnten bereits die Aufgabe 102 + 1 sowie 13 % die Aufgabe 1002 + 2 lösen, d. h. einfache Rechnungen im Stellenwertsystem ausführen. In Gaidoschiks (2010) Untersuchung zeigte sich, dass viele Kinder leichte Additionsaufgaben wie zwei plus zwei (65 %) oder drei plus drei (50 %) bereits per Faktenabruf lösen. Im Rahmen dieser Studie wurden den Kindern auch drei leichte Subtraktionsaufgaben ohne Anschauung gestellt (zehn minus neun, acht minus vier, acht minus fünf). 37 % der Kinder konnten mindestens eine dieser Aufgaben korrekt lösen, 24 % von ihnen berechneten alle drei Ergebnisse korrekt. Nach Hughes (1986) gelingen Additions- und Subtraktionsaufgaben insbesondere dann häufig, wenn die Aufgabenstellung in einen vertrauten *Handlungskontext* eingebunden ist, wie beispielsweise beim Einkaufen.

In einer Untersuchung mit 2013 Schulanfängerinnen und Schulanfängern konnten 52 % der Kinder den Geldwert in einem Portemonnaie bestimmen (Rinkens, 2004). 29 % der Kinder wussten, wie viel Geld nach dem Einkauf eines Springseils für 7,- DM noch übrig ist. Dieser Befund wird durch die Untersuchung von Grassmann et al. (1995) gestützt, in der ebenfalls etwa ein Drittel der 845 Schulanfängerinnen und Schulanfänger das Restgeld beim Kauf einer Sonnenbrille für 8,- DM richtig bestimmen konnte. In einer aktuelleren Studie von Deutscher (2012) konnten hingegen deutlich mehr (57 %) eine Einkaufsaufgabe lösen, wobei die zu verrechnenden Zahlen (5-2) einfacher waren. In derselben Untersuchung konnte die kontextbasierte Additionsaufgabe 4+2 von 72 % der Schulanfängerinnen und Schulanfänger gelöst werden.

Die verschiedenen Untersuchungen belegen die zum Teil erstaunlichen Vorkenntnisse von Schulanfängerinnen und Schulanfängern. So sitzen den Lehrkräften in vielen Klassen Kinder gegenüber, die bereits sicher rechnen können, und möglicherweise auch solche, die noch nicht mal alle Zahlwörter kennen. Eine zentrale Aufgabe des Mathematikunterrichts in der ersten Klassenstufe ist es daher, eine gemeinsame Wissensbasis für den weiteren mathematischen Lernprozess zu schaffen. Dafür ist es notwendig, Informationen zur Lernausgangslage der Kinder zu erhalten.

2.2 Welche Bedeutung hat das arithmetische Vorwissen für den weiteren mathematischen Kompetenzerwerb?

Die Relevanz früher mathematischer Kompetenzen für den weiteren Lernprozess basiert inzwischen auf einer umfassenden wissenschaftlichen Erkenntnislage. Die zentralen Befunde sollen nachfolgend wiedergegeben werden.

Krajewski und Schneider (2006) untersuchten die Rolle von unspezifischen und spezifischen Prädiktoren in der Vorschulzeit für die weitere mathematische Entwicklung in der Grundschule anhand einer Stichprobe mit 153 Kindern. Dabei zeigte sich, dass das zwei Monate vor Schuleintritt erfasste Mengen-Zahlenwissen, insbesondere numerische Basisfertigkeiten sowie das Invarianz- und Anzahlkonzept, die Mathematikleistungen am Ende der ersten sowie der vierten Klasse besser voraussagen können als die zeitgleich erfasste Intelligenz, Arbeitsgedächtnisaspekte oder sozio-kulturelle Faktoren. So konnte dieses spezifische mathematische Vorwissen etwa 25% der Varianz in den Mathematikleistungen am Ende der vierten Klasse erklären.

Ähnliche Befunde berichtet auch Dornheim (2008). In ihrer Studie stellte sich das spezifische Zahlenvorwissen (Beherrschung der Zahlwortreihe, Anzahl- und Kardinalzahlkonzept, flexibles Zählen) ebenfalls als Hauptprädiktor für die Mathematikleistungen in den ersten beiden Klassenstufen heraus. Stern (1997) konnte sogar zeigen, dass Kinder mit einem stärker ausgeprägten numerischen Verständnis (Zahleninvarianz, Mengenschätzen) ihren Vorsprung im Verlauf der Grundschulzeit weiter ausbauen können.

Die referierten Befunde aus deutschen Stichproben wurden auch international repliziert (Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Kurdek & Sinclair, 2001; Geary, Hamson & Hoard, 2000; Gersten, Jordan & Flojo, 2005; Duncan et al., 2007; Jordan, Kaplan, Ramineni & Locuniak, 2009).

2.3 Konstruktion inhaltsvalider Testanforderungen

Der differenzierte Forschungsstand zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen begünstigt die Konstruktion eines Schuleingangstests: Indem abgebildet wird, welche zentralen Meilensteine die Kinder in ihrer mathematischen Entwicklung bereits gemeistert haben und welche noch nicht, erhält die Lehrkraft einen Überblick über den jeweiligen Stand der Kompetenzentwicklung. Dies ermöglicht es ihr, individuell angepasste Förderangebote zu planen und zu gestalten. Aus diesem Grund wurde „Mathes 0“ auf der Basis des Kompetenzstufenmodells von Fritz und Ricken (2008; s. Abschnitt 2.1) konstruiert. Nachfolgend werden die Testanforderungen beschrieben und in das Modell eingeordnet.

Ebene 1: Reihenbildung und Mengenvergleich

In dieser Phase können Objekte ihrer Größe nach geordnet werden (Seriation) und die Kinder lernen erste Zahlwörter, nutzen diese jedoch noch nicht zum Zählen. Stattdessen werden (kleinere) Mengen durch Eins-zu-Eins-Zuordnung miteinander verglichen.

Die *Seriation* wird durch zwei Aufgaben überprüft, in der zwei Bilderreihen vorgegeben werden, die an einer Stelle unvollständig sind. Es muss aus drei bzw. vier Auswahlmöglichkeiten das passende Bild zugeordnet werden.

Zudem wurde eine Aufgabe in den Test aufgenommen, in der die größere von zwei Mengen bestimmt werden muss. Es ist dabei nicht notwendig, die Mächtigkeit der Mengen anzugeben. Die Mengen werden in Reihen angeordnet und der räumliche Abstand der einzelnen Elemente wird bewusst variiert. In seinen Experimenten zum Invarianzkonzept beobachtete Piaget, dass jüngeren Kindern von etwa 4 bis 5 ½ Jahren diejenige Menge größer erscheint, deren Reihenlänge größer ist (Piaget & Szeminska, 1975). Erst ab etwa 5 ½ Jahren waren sie in der Lage, beide Mengen durch *Eins-zu-Eins-Zuordnung* auf Gleichheit zu überprüfen. Auch wenn mithilfe eines Paper-Pencil-Tests nicht das „klassische“ Invarianzexperiment wiederholt werden kann, so liefert diese Aufgabe dennoch erste Hinweise zum Verständnis der Mengeninvarianz, zumindest bei denjenigen Kindern, die sie nicht lösen können.

Zusätzlich wurden zwei weitere Aufgabenformate zum *Mengenvergleich* entwickelt. Es werden zwei unterschiedlich große Mengen vorgegeben, bei denen Gleichmächtigkeit herzustellen ist, einmal indem zu der kleineren Menge die fehlende Anzahl hinzugezeichnet werden muss und andersherum, indem von der größeren Menge die überzähligen Punkte weggestrichen werden müssen.

Ebene 2: ordinaler Zahlenstrahl und zählendes Rechnen

Die Zahlwortreihe wird zum Zählen genutzt, indem sie als starre Sequenz vollständig durchlaufen wird. Die Kinder erkennen, dass das letztgenannte Zahlwort die Gesamtmenge benennt. Allmählich entwickelt sich ein mentaler Zahlenstrahl und es entstehen Vorstellungen über „kleinere" und „größere" Zahlen. Zahlen können nun miteinander verglichen werden und es wird möglich, durch Herauf- und Herunterzählen, erste Operationen auszuführen (z. B. „Fritzi hat 3 Bonbons, Henri gibt ihr noch 2 dazu. Wie viele hat sie nun?").

Zunächst werden die *Zahlenkenntnisse* überprüft, indem dem gesprochenen Zahlwort das richtige Zahlsymbol zugeordnet werden muss. Dazu nennt die Lehrkraft eine Zahl und zeigt gleichzeitig auf eine Zahlenkarte. Es muss entschieden worden, ob das gesprochene Zahlwort mit dem Zahlsymbol übereinstimmt oder nicht.

Ob das Zahlenwissen auch für *Zahlvergleiche* genutzt werden kann, wird ebenfalls erfasst. Dazu werden zwei Zahlen vorgegeben, von denen die größere angekreuzt werden muss.

Die *Flexibilität der Zahlwortreihe* wird durch Aufgaben zum Vorwärts-, Rückwärts- und Weiterzählen abgebildet. Während das Vorwärtszählen von 1 an der zweiten Niveaustufe in Fusons (1988) Modell zur Zählentwicklung zuzuordnen ist (unbreakable chain level), sind für das Rückwärts- und Weiterzählen Fähigkeiten entsprechend der dritten Niveaustufe (breakable chain level) vonnöten. Diese führen Fritz und Ricken (2008) in ihrem Modell erst auf der dritten Ebene an, sodass die Items dieser Aufgabengruppe auf Ebene 2 (Vorwärtszählen) und Ebene 3 (Weiter- und Rückwärtszählen) einzuordnen sind.

Weiterhin wurden je eine *kontextgebundene Additions- und Subtraktionsaufgabe* in das Verfahren aufgenommen. Beide Aufgaben werden von der Lehrkraft diktiert und können durch Weiter- bzw. Rückwärtszählen gelöst werden. Die Additionsaufgabe ist nach dem Kategoriensystem der verschiedenen Aufgabentypen von Radatz, Schipper, Ebeling und Dröge (1996) eine „Vereinigung", die Subtraktionsaufgabe ist eine vom Typ „Weggeben". Beide Aufgabentypen zählten in der Untersuchung von Stern (1992) zu denen mit den höchsten Lösungsraten bei Erstklässlerinnen und Erstklässlern.

Ebene 3: kardinale Mengenvorstellung

Auf dieser Stufe entwickelt sich das Kardinalzahlprinzip, wodurch Kinder erkennen, dass eine Zahl für eine Anzahl von Objekten in einer Menge steht. Dazu benötigen sie das Konzept des Enthaltenseins, dass kleinere Mengen in größeren enthalten sind, also bspw. die Menge 4 auch die Mengen 1, 2 und 3 enthält.

Um die Vorstellung der *Kardinalität* zu überprüfen, wurden zwei Aufgaben konstruiert. In einer muss einer unstrukturiert angeordneten Menge die korrekte Zahl zugeordnet werden, in der anderen sind zu vorgegebenen Zahlen die entsprechenden Mengenbilder zu zeichnen.

Ebene 4: Teil-Ganzes-Zerlegbarkeit

Die Kinder erwerben die Einsicht, dass Mengen in Teile zerlegt und wieder zusammengesetzt werden können, ohne dass sich ihre Mächtigkeit verändert. Auf dieser Grundlage können Additions- und Subtraktionsaufgaben gelöst werde, bei denen die Endmenge, die Austauschmenge oder die Ausgangsmenge gesucht ist, beispielsweise „Gib mir 5 Gummibärchen, 3 davon sollen rot sein." Dieses Teil-Ganzes-Schema entwickelt sich bereits in Alltagskontexten im Kindergartenalter, z. B. wenn eine Pizza in Stücke zerschnitten und wieder zur ursprünglichen Form zusammengesetzt wird. Es bedarf aber eines längeren Lernprozesses, der typischerweise über die ersten zwei Grundschuljahre andauert, um dieses Konzept vollständig zu verinnerlichen.

In Form von Textaufgaben, die von der Lehrkraft vorgelesen werden, wurden zwei *Vergleichsaufgaben* konzipiert, eine vom Typ „mehr" und eine vom Typ „weniger" (Radatz et al., 1996).

Ebene 5: Relationaler Zahlbegriff und Teilmengenverständnis

Auf Grundlage der zuvor erworbenen Einsichten sind Kinder nun in der Lage, exakte Beziehungen (Differenzen) zwischen Mengen unterschiedlicher Größe zu bestimmen. Sie verstehen somit auf dieser Niveaustufe, dass Zahlen auch Relationen zwischen anderen Zahlen darstellen. So bezeichnet Resnick (1983) die Beziehung zwischen den Zahlen 2, 5 und 7 als Zahlentripel: 7 ist hierbei das Ganze und 2 und 5 sind seine Teile. Unabhängig davon, ob in einer Aufgabe ein Teil oder das Ganze gesucht wird, bleibt dieser Zusammenhang bestehen.

Ob die Kinder relationale Beziehungen zwischen Zahlen bereits erkennen, wird mittels des Formates Zahlenhäuser abgebildet. Darin wird das Ganze durch das Dach veranschaulicht, die Wände stellen die Teile dar.

Insgesamt wurden 33 Aufgaben konstruiert. Die Tabelle 2 fasst die inhaltlichen Anforderungen des „Mathes 0" zusammen.

Tabelle 2: inhaltliche Anforderungen des "Mathes 0"

Niveaustufe	Aufgabengruppe bzw. Anforderung	Anzahl der Items
1	Seriation	2
	Eins-zu-Eins-Zuordnung	3
	Mengenvergleich	6
2	Zahlenkenntnis	3
	Zahlvergleiche	3
	Vorwärtszählen	1
	Addition (Vereinigung) und Subtraktion (Weggeben)	2
3	Weiter- und Rückwärtszählen	2
	Menge-Zahl-Zuordnung	6
4	additiver (mehr) und subtraktiver (weniger) Vergleich	2
5	Zahlentripel	3

2.4 Überlegungen zur Steigerung der Testökonomie

Zur Erreichung einer hohen Testökonomie und Zumutbarkeit der Durchführung des „Mathes 0“ wurden folgende Maßnahmen getroffen:

- geführte Testbearbeitung innerhalb einer Unterrichtsstunde
- kurze und prägnante Aufgabenstellungen bzw. Operatoren
- weitgehend sprachfreie Gestaltung der Aufgaben, soweit zweckmäßig mit einem Beispiel und/oder grafischer Visualisierung
- kindlich angemessene, ansprechende Gestaltung des Testhefts mit Identifikationsfigur („Mathes – der Matheaffe“)
- freie Verfügbarkeit des Verfahrens durch Veröffentlichung unter Creative-Commons-Lizenz
- Testheftformat A5 mit Ermöglichung eines schwarz/weiß-Ausdrucks
- computergestützte Aufbereitung der Testergebnisse auf Kind- und Klassenebene

3 Testanwendung

Hinweis: Alle für die Durchführung und Auswertung des „Mathes 0“ benötigten Informationen sowie die Testinstruktionen finden sich in übersichtlicher Form in den Durchführungshinweisen.

3.1 Anwendungszeitraum und Zielgruppe

Vor dem Hintergrund der in Abschnitt 1.1 dargestellten Zielstellungen der Mathes-Testreihe, sind alle Mathes-Verfahren für die zeitökonomische Erfassung der Mathematikleistungen aller Schülerinnen und Schüler einer (inklusiven) Grundschulklasse konzipiert.

„Mathes 0“ muss zwischen der 2. und 4. Schulwoche in Klasse 1 durchgeführt werden.

3.2 Testmaterial

Für die Durchführung des „Mathes 0“ werden folgende Materialien benötigt:

- 1 Testheft pro Kind,
- 1 Füller, 1 Bleistift,
- 1 Testheft für die Lehrkraft zur Demonstration,
- 1 Durchführungsanleitung für die Lehrkraft,
- Symbolkarten 1-5 sowie Zahlenkarten im A 4-Format für die Lehrkraft zur Demonstration.

3.3 Hinweise zur Testdurchführung

Die Durchführung des „Mathes 0“ erfolgt in Gruppen (Klassenverband). Um eine objektive Testanwendung zu gewährleisten, müssen folgende Punkte beachtet werden:

- Es muss gewährleistet sein, dass die Schülerinnen und Schüler in einer ruhigen, störungsfreien Atmosphäre die Aufgaben bearbeiten.
- Es muss sichergestellt werden, dass die Schülerinnen und Schülern ausreichend Zeit für die Aufgabenbearbeitung haben. Insgesamt werden etwa 30 Minuten für die Testdurchführung benötigt.
- „Mathes 0“ sollte möglichst ohne Pause durchgeführt werden.
- Die Durchführungshinweise sind zu berücksichtigen und die Testinstruktionen wörtlich vorzulesen.
- Die zu lösenden Aufgaben dürfen vorab nicht mit den Schülerinnen und Schülern geübt werden.
- Die Testhefte werden erst ausgeteilt, nachdem der erste Abschnitt der wörtlichen Instruktionen vorgelesen wurde.
- Die Schülerinnen und Schüler dürfen während der Durchführung keine Hinweise und Hilfestellungen erhalten. Ermutigungen sind erlaubt.
- Es ist darauf zu achten, dass die Kinder nicht voneinander abschreiben.
- „Mathes 0“ sollte möglichst nicht in der letzten Unterrichtsstunde und nicht im Nachmittagsunterricht durchgeführt werden.

3.4 Auswertung und Interpretation

3.4.1 Manuelle Auswertung

Die Auswertungsvorlage unterstützt eine objektive und ökonomische Auswertung des „Mathes 0“. Alle richtig gelösten Aufgaben werden mit einem Punkt, falsch gelöste mit null Punkten bewertet. Die erreichten Punkte werden aufsummiert. Mithilfe der Normtabelle im Anhang kann die Testleistung des Kindes mit denen gleichaltriger Schülerinnen und Schüler verglichen werden. Dazu stehen die für statusdiagnostische Einschätzungen gängigen Standardwerte (Prozentrang und T-Wert) zur Verfügung (s. Anhang B, S. 26).
Differenzierte Informationen zur Auswertung des „Mathes 0“ liefern die Durchführungshinweise des Verfahrens.

3.4.2 Automatisierte Auswertung

Für Lehrkräfte aus Mecklenburg-Vorpommern wird über die Homepage www.lernlinie.de eine internetgestützte Auswertung des „Mathes 0“ angeboten. Bei dieser Variante müssen lediglich die erreichten Rohwerte der Kinder mithilfe der Auswertungsvorlage wie in Abschnitt 3.4.1 beschrieben ermittelt und auf der Internetplattform eingetragen werden. Anschließend werden automatisiert Ergebnisübersichten für jedes Kind erstellt, sodass auf einen Blick ersichtlich ist, wie seine Leistungen im Vergleich zu gleichaltrigen Schülerinnen und Schülern einzuschätzen sind. Zudem besteht die Möglichkeit, die Ergebnisse aller Kinder einer Klasse im Überblick anzuzeigen.

Lehrkräfte außerhalb Mecklenburg-Vorpommerns können die Testergebnisse ihrer Schülerinnen und Schüler in die vorbereitete Klassenübersicht eintragen, welche automatisch den erreichten Rohwerten die Prozentränge und T-Werte zuordnet und die in Abschnitt 3.4.3 aufgeführten Referenzniveaus graphisch veranschaulicht.

3.4.3 Interpretation der Ergebnisse

Bei der Einschätzung der Testleistung eines Kindes helfen sogenannte Referenzniveaus, welche auf den Prozentrang Bezug nehmen und diesen vereinfachend interpretieren, indem die Testleistung des Kindes im Vergleich zur Referenzgruppe in fünf Stufen eingeordnet wird. Referenzniveaus stellen Marker an empirisch bedeutsamen Grenzen dar (Prozentrang 10, 25, 75 und 90). Ein Prozentrang von 10 bedeutet, dass 10 Prozent der gleichaltrigen Schülerinnen und Schüler gleiche oder schlechtere Leistungen aufweisen, ein Prozentrang von 25, dass ein Viertel der Kinder ein gleiches oder schlechteres Testergebnis erzielt, usw. Auf diese Weise entstehen fünf Leistungsbereiche, sodass einfach ersichtlich ist, wie das Kind im Vergleich zu Gleichaltrigen abgeschnitten hat.

	weit überdurchschnittlich		**> 90.**
	überdurchschnittlich		**≥ 75.**
Schülerleistungen gelten als	**durchschnittlich**	bei einem Prozentrang	**< 75 und > 25.**
	unterdurchschnittlich		**≤ 25.**
	weit unterdurchschnittlich		**≤ 10.**

Abbildung 1: Referenzniveaus als Interpretationshilfen für die erzielte Testleistung

4 Testgütekriterien

In einer Rügener Stichprobe wurde „Mathes 0“ zu Beginn des Schuljahres 2015 / 2016 mit 150 Kindern durchgeführt. Diese verteilten sich auf 5 Schulen mit 9 Klassen. Das Geschlechterverhältnis erwies sich als annähernd ausgeglichen (♂: 54 %; ♀: 46 %). Das Durchschnittsalter betrug 6;9 Jahre. Die erhobenen Daten liegen auf Itemebene vor, sodass Einschätzungen zur Angemessenheit der Aufgaben (s. Abschnitte 4.1 und 4.2) sowie zur Reliabilität (s. Abschnitt 4.3) des „Mathes 0“ möglich sind.

Um Informationen bezüglich der Validität (s. Abschnitt 4.4) des Verfahrens zu erhalten, wurden die bis zum Schuljahr 2019 / 2020 auf www.lernline.de eingetragenen Ergebnisse verschiedener Messverfahren von Schülerinnen und Schülern aus Mecklenburg-Vorpommern herangezogen. Ein Teil der Kinder bearbeitete neben dem „Mathes 0“ mit dem „Screening zur Erfassung der Lernvoraussetzungen für das Fach Deutsch zum Schulbeginn“ (Mahlau, Blumenthal, Sikora & Voß, 2016) und dem „Screening zur Erfassung der sprachlichen Lernvoraussetzungen zum Schulbeginn“ (Mahlau, Blumenthal, Voß & Sikora, 2016) weitere Schuleingangstests und im weiteren Verlauf auch das „Screening zur Erfassung der Mathematikleistungen in Klasse 1“ (Mathes 1; Sikora & Voß, 2016) zur Mitte der ersten sowie zum Anfang der zweiten Klassenstufe.
Diese Gruppe wird ebenfalls für die Normierung von „Mathes 0“ genutzt. Bisher liegen Vergleichswerte von 1033 Schülerinnen und Schülern vor. Differenzierte Informationen zur Stichprobe sind aus Gründen des Datenschutzes nicht verfügbar.

4.1 Itemkennwerte

Für eine optimale Differenzierungsfähigkeit bei hoher Messeffizienz ist eine gute Passung zwischen den Aufgabenschwierigkeiten und den Personenfähigkeiten wünschenswert (Prenzel & Blum, 2007). Dazu sollte der Test über das gesamte Schuljahr hinweg alle Leistungsbereiche abdecken und möglichst zu keinem Messzeitpunkt Boden- bzw. Deckeneffekte aufweisen. Ob die Schwierigkeit der Aufgaben des „Mathes 0“ für Schülerinnen und Schüler erster Klassen angemessen ist, wurde mittels der Übereinstimmung der im Rasch-Modell (s. Abschnitt 4.2) geschätzten Item- und Personenparameter geprüft (Carstensen & Taskinen, 2007). Die Abbildung 2 stellt die Verteilungen der Item- und Personenparameter des „Mathes 0“ gegenüber.

Aus den Darstellungen geht hervor, dass das Verfahren den unteren und mittleren Leistungsbereich gut bis sehr gut abdeckt. Sehr schwierige Items sind hingegen nicht in ausreichender Anzahl vertreten, wodurch die Differenzierungsfähigkeit für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler eingeschränkt ist.

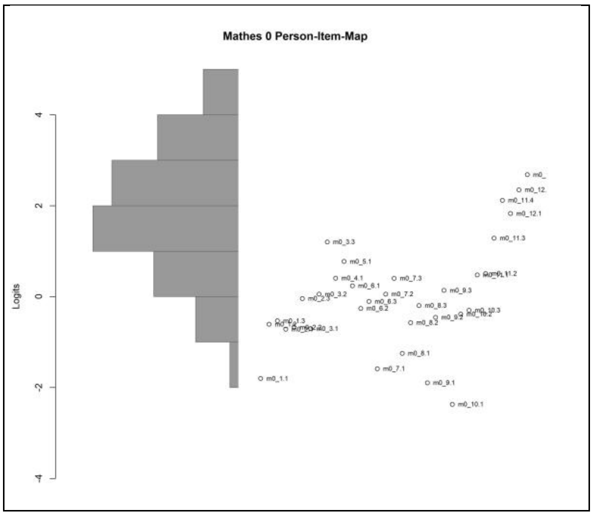

Abbildung 2: Verteilungen von Aufgabenschwierigkeiten und Schülerfähigkeiten

Aus Gründen der Lesbarkeit werden die Trennschärfekoeffizienten an dieser Stelle nicht berichtet. Eine tabellarische Übersicht mit Angaben zur Schwierigkeit und Trennschärfe aller Aufgaben des „Mathes 0“ befindet sich im Anhang A auf Seite 25.

4.2 Gültigkeit des Messmodells

Dem Verfahren wurde das dichotome Rasch-Modell (Rasch, 1960) als Messmodell zugrunde gelegt. Dabei wurde die Technik virtueller Personen genutzt (Rost, 2004). Die Gültigkeit des Rasch-Modells wurde durch eine Analyse lokaler Modellverletzungen eingeschätzt. Die Rasch-Analysen wurden mit dem Statistikprogramm R (R Core Team, 2013) mithilfe des Pakets pairwise (Heine, 2020) durchgeführt. Die Modellpassung der Items wurde anhand ihrer geschätzten Infit-Werte beurteilt. Da die Outfit-Statistiken deutlich durch Ausreißerwerte beeinflusst werden, Infit-Werte hingegen sensitiver im Bereich mittlerer Fähigkeitsausprägungen ausfallen (Linacre, 2002), wurden für den „Mathes 0" in erster Linie die Infit-Statistiken auf Abweichungen vom Erwartungswert 1 untersucht. In Anlehnung an Bond und Fox (2015) zeigen bei gewöhnlichen Stichprobengrößen Werte von $0.7 \leq \text{Infit} \leq 1.3$ an, dass das Item den Annahmen des Rasch-Modells entspricht.

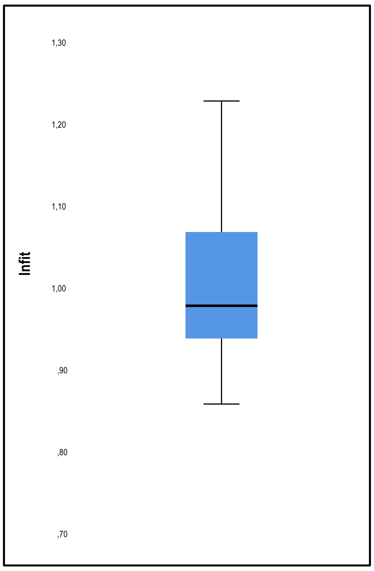

Abbildung 3: Verteilung der Itemfit-Statistiken des „Mathes 0"

In der Abbildung 3 werden die Ergebnisse der Raschskalierung präsentiert. Die Infit-Werte wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit mittels Boxplots graphisch aufbereitet, sodass die Streuung der Werte des „Mathes 0" schnell ersichtlich ist. Es zeigt sich, dass alle Werte innerhalb des zulässigen Wertebereiches liegen, der Großteil der Items weist einen Infit in der Nähe des Erwartungswertes von 1 auf. Lediglich das dritte Item in der siebten Aufgabengruppe (Rückwärtszählen) weicht etwas stärker vom Erwartungswert ab.

Die Passung der Items auf das (eindimensionale) Rasch-Modell ist ein Beleg dafür, dass die Aufgaben des „Mathes 0" dasselbe Merkmal messen, sie also eine gemeinsame Skala bilden (Bühner, 2011).

Eine Auflistung der im Rasch-Modell geschätzten Fitstatistiken zu jedem Item kann im Anhang A auf S. 25 eingesehen werden.

4.3 Reliabilität

Zur Schätzung der Zuverlässigkeit des Verfahrens im Sinne der Internen Konsistenz wurde Cronbachs α (Cronbach, 1951) ermittelt (Rost, 2004). Der Alphakoeffizient liegt mit $\alpha = .89$ ($N = 150$) im hohen Bereich.

4.4 Validität

4.4.1 Konstruktvalidität

Zur Einschätzung der Konstruktvalidität wurden die Ergebnisse der Kinder im „Mathes 0" mit konstruktfernen Verfahren korreliert (Produkt-Moment-Korrelation nach Pearson; Rasch, Friese, Hofmann & Naumann, 2014). Konstruktnahe Tests konnten zum aktuellen Zeitpunkt noch nicht zeitgleich durchgeführt werden (s. Abschnitt 4).

Alle Korrelationen wurden einem Signifikanztest unterzogen. Gemäß der gängigen Konvention sollten die Zusammenhänge mindestens auf dem Niveau α = .05 signifikant sein (Rasch et al., 2014). Wenn diese Bedingung erfüllt war, wurde die Höhe der Korrelation anhand der Klassifikation von Cohen (1988) eingeschätzt. Die Zusammenhänge der Testergebnisse im „Mathes 0" mit den sprachlichen und schriftsprachlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zum Schulbeginn werden in der
Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Zusammenhänge des „Mathes 0" zu konstruktfernen Testverfahren

	Korrelation *r* mit	
	Schriftsprache	Sprache
Mathes 0	.56** *N* = 946	67** *N* = 403

Anmerkungen: Schriftsprache –Screening zur Erfassung der Lernvoraussetzungen für das Fach Deutsch zum Schulbeginn (Mahlau, Blumenthal, Sikora et al., 2016); Sprache – Screening zur Erfassung der sprachlichen Lernvoraussetzungen zum Schulbeginn (Mahlau, Blumenthal, Voß et al., 2016); *N* – Stichprobenumfang; *r* – Korrelationskoeffizient nach Pearson; ** – Korrelation ist auf dem Niveau von 0.01 (2-seitig) signifikant

Beide Korrelationen fallen signifikant aus und sind als hoch zu klassifizieren. Insbesondere der enge Zusammenhang zwischen „Mathes 0" und den sprachlichen Leistungen verwundert zunächst, ähnliche Befunde werden aber auch in anderen Studien für verschiedene Altersgruppen berichtet (zusammenfassend Paetsch, 2016). Beispielsweise fanden Viljaranta, Lerkkanen, Poikkeus, Aunola und Nurmi (2009) in einer Stichprobe von Kindern im Vorschulalter ebenfalls eine hohe Korrelation zwischen sprachlichen (erfasst wurden Buchstabenkenntnis und Phonologische Bewusstheit) und arithmetischen Kompetenzen. Dennoch sind weitere Forschungsbemühungen zur Einschätzung der Konstruktvalidität des „Mathes 0" erforderlich.

4.4.2 Prognostische Validität

Vor dem Hintergrund der im Abschnitt 1.1 ausgewiesenen Zielstellungen des Verfahrens (Identifikation von Risikoschülerinnen und -schülern) ist die Vorhersagegüte des „Mathes 0" von besonderer Bedeutung. Zur Prüfung der prognostischen Validität wurden in einem ersten Schritt die Zusammenhänge der Ergebnisse im „Mathes 0" zum Schulbeginn mit denen im Mathes 1 (Sikora & Voß, 2016) zur Mitte der ersten und zum Anfang der zweiten Klassenstufe ermittelt. Das Analysevorgehen ist analog dem im vorherigen Abschnitt 4.4.1 beschriebenen. Die Zusammenhänge zwischen den Testleistungen fallen signifikant aus und liegen mit *r* = .53** (*N* = 421; Mathes 1 Mitte Klasse 1) und *r* = .51** (*N* = 164; Mathes 1 Anfang Klasse 2) im hohen Bereich, was für eine große prognostische Aussagekraft des „Mathes 0" spricht.

Als Ergänzung zu den Ergebnissen der korrelativen Analysen wurde die klassifikatorische Güte des „Mathes 0" ermittelt (Marx & Lenhard, 2010). Zur Berechnung der Kennwerte wurde Kindern, welche im „Mathes 0" zum Schulbeginn eine unterdurchschnittliche Leistung erzielten (Prozentrang < 25), ein Risikostatus in ihrer mathematischen Entwicklung zugeordnet. Dieser relativ milde Cut-Off-Wert wurde vor dem Hintergrund der Ergebnisse jüngerer Schulleistungsstudien gewählt, auf deren Grundlage davon auszugehen ist, dass etwa ein Fünftel bis ein Viertel aller Grundschülerinnen und -schüler im Verlauf der Grundschulzeit Lernrückstände im

Umfang von mehreren Schuljahren entwickeln (z. B. TIMSS 2015: 23.3 %; Selter et al., 2016; s. Abschnit 1.2). Da ein wesentliches Ziel des Verfahrens ist, Kinder mit Schwierigkeiten beim Mathematiklernen für eine weiterführende Diagnostik und präventiv ausgerichtete Förderung zu erfassen, sollen möglichst keine falsch-negativen Klassifizierungen erfolgen. Als Kriterium diente ein Risikostatus im Mathes 1 (Sikora & Voß, 2016), operationalisiert als ein Prozentrang < 16 zur Mitte der ersten sowie am Anfang der zweiten Klassenstufe. Die Tabelle 4 stellt die Befunde der klassifikatorischen Analysen dar.

Tabelle 4: Ergebnisse zur klassifikatorischen Güte des "Mathes 0" bezüglich Risiken im Fach Mathematik

	Stichproben-umfang	*n* richtig positiv	*n* falsch positiv	*n* falsch negativ	*n* richtig negativ	Sensitivität	Spezifität	*α* - Fehlerquote	*β* - Fehlerquote	positiver prä-diktiver Wert	negativer prä-diktiver Wert	RATZ-Index
Mathes 1 Mitte	421	4	69	1	347	0.80	0.83	0.20	0.17	0.01	1.00	0.76
Matthes 1 Anfang	164	3	29	3	129	0.50	0.82	0.50	0.18	0.01	0.98	0.38

Anmerkungen: n – Anzahl; Mathes 1 – Screening zur Erfassung der Mathematikleistungen in Klasse 1 (Sikora & Voß, 2016); Mitte – 20./21. Schulwoche in Klasse 1; Anfang – 3./4. Schulwoche in Klasse 2

Die Ergebnisse zur Sensitivität zeigen, dass 80 % der Kinder mit schwachen Mathematikleistungen zum Halbjahr der ersten Klassenstufe durch „Mathes 0“ bereits zum Schulbeginn korrekt identifiziert werden. Bis zum Beginn der zweiten Klasse sinkt diese Quote auf 50 %. Die Spezifität gibt an, dass unabhängig des Zeitpunktes über 80 % der Schülerinnen und Schüler mit zufriedenstellenden Mathematikleistungen im Mathes 1 (Sikora & Voß, 2016) kein Risikostatus zugewiesen wird. Besonders erwähnenswert ist zudem der RATZ-Index, welcher mit 76 % im sehr hohen Bereich liegt und auf eine sehr gute Klassifikationsleistung des „Mathes 0“ für den Zeitraum des ersten Halbjahres der ersten Klassenstufe hinweist (Marx & Lenhard, 2000). Die Quote sinkt zwar bis zum Anfang der zweiten Klasse auf 38 % ab, aber auch dieser Wert zeigt eine Verbesserung der Vorhersagegüte gegenüber dem Zufall an.

5 Literaturverzeichnis

Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance from Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96* (4), 699-713.

Bond, T. G. & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences* (3rd ed.). New York & London: Routledge.

Bos, W., Bonsen, M., Baumert, J., Prenzel, M., Selter, C. & Walther, G. (Hrsg.) (2008). *TIMSS 2007. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Bos, W., Lankes, E.M., Prenzel, M., Schwippert, K., Walther, G. & Valtin, R. (Hrsg.) (2003). *Erste Ergebnisse aus IGLU. Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Bos, W., Wendt, H., Köller, O. & Selter, C. (Hrsg.) (2012). *TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.

Bühner, M. (2011). *Einführung in die Test- und Fragebogenkonstruktion. 3., aktualisierte und erweiterte Auflage*. München: Pearson Studium.

Carstensen, C.H. & Taskinen, P. (2007). Feldtest. In M. Prenzel & W. Blum (Hrsg.), *Entwicklung eines Testverfahrens zur Überprüfung der Bildungsstandards in Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Technischer Bericht* (S. 16-23). Kiel: IPN.

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale: Erlbaum.

Cronbach, L.J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika, 16*, 297-334.

Deutscher, T. (2012). *Arithmetische und geometrische Fähigkeiten von Schulanfängern. Eine empirische Untersuchung unter besonderer Berücksichtigung des Bereichs Muster und Strukturen*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.

Dilling H., Mombour, W. & Schmidt, M.H. (2011). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10 Kapitel 5 (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien*. Bern: Huber.

Dornheim, D. (2008). *Prädiktion von Rechenleistung und Rechenschwäche. Der Beitrag von Zahlen-Vorwissen und allgemein-kognitiven Fähigkeiten*. Berlin: Logos.

Duncan, G.J., Claessens, A., Huston, A., Pagani, L., Engel, M., Sexton, H. et al. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology*, 43 (6), 1428–1446.

Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.

Fritz, A., Ricken, G., Balzer, L., Leutner, D. & Willmes, K. (2012). *Zentrale arithmetische Konzepte mathematischen Wissens im Vorschulalter: Ein integratives Kompetenzstufenmodell*. Unveröffentliches Manuskript.

Fuson, K.C. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer.

Gaidoschik, M. (2010). *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres*. Dissertation. Universität Wien. Abruf am 28.4.20. Online verfügbar unter: http://othes.univie.ac.at/9155/1/2010-01-18_8302038.pdf

Gaidoschik, M. (2011). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. 6. Auflage*. Hamburg: Persen.

Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: A longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *Journal of Experimental Child Psychology, 77* (3), 236–263.

Gersten, R., Jordan, N. & Flojo, J.R. (2005). Early Identification and Interventions for Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38* (4), 293-304.

Grassmann, M., Klunter, M., Köhler, E., Mirwald, E., Raudies, M. & Thiel, O. (2002). Mathematische Kompetenzen von Schulanfängern. Teil 1. Kinderleistungen - Lehrererwartungen. *Potsdamer Studien zur Grundschulforschung, 30*. Potsdam: Universitätsverlag Potsdam.

Grassmann, M., Mirwald, E., Klunter, M. & Veith, U. (1995). Arithmetische Kompetenzen von Schulanfängern – Schlussfolgerungen für die Gestaltung des Anfangsunterrichtes. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 23* (7), 302-321.

Hartke, B. & Diehl, K. (2013). *Schulische Prävention im Bereich Lernen. Problemlösungen mit dem RTI-Ansatz*. Stuttgart: Kohlhammer.

Hasemann, K. (2007). *Anfangsunterricht Mathematik. 2. Auflage*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage*. Berlin: Springer.

Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (Hrsg.) (2005). Diagnostik von Mathematikleistungen*. Tests und Trends N.F. Bd. 4.* Göttingen: Hogrefe.

Heine, J.H. (2020). *pairwise: Rasch Model Parameters by Pairwise Algorithm. R package version 0.4.4-7*. Abruf am 28.4.20. Online verfügbar unter: http://cran.r-project.org/package=pairwise

Hughes, M. (1986). *Children and Number: Difficulties in Learning Mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2012). *Diagnostik von Rechenstörungen. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage*. Göttingen: Hogrefe.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45* (3), 850–867.

Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Berlin: Springer.

Keller, K.-H. & Pfaff, P. (1998). *Arithmetische Vorkenntnisse bei Schulanfängern*. Offenburg: Mildenberger.

Koch, K. (2005). Probleme im Bereich des mathematischen Lernens. In S. Ellinger & M.C. Wittrock (Hrsg.), *Sonderpädagogik in der Regelschule. Konzepte, Forschung, Praxis* (S. 279-298). Stuttgart: Kohlhammer.

Koch, K. & Knopp, E. (2010). Mathematisches Lernen. In B. Hartke, K. Koch & K. Diehl (Hrsg.), *Förderung in der schulischen Eingangsstufe* (S. 91-118). Stuttgart: Kohlhammer.

Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Dr. Kovač.

Krajewski, K. (2013). Wie bekommen die Zahlen einen Sinn: ein entwicklungspsychologisches Modell der zunehmenden Verknüpfung von Zahlen und Größen. In M. von Aster & J.H. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen* *bei Kindern: Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage* (S. 156-179). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie und Unterricht, 53*, 246-262.

Kultusministerkonferenz (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München: Luchterhand.

Kurdek, L. A., & Sinclair, R. J. (2001). Predicting reading and mathematics achievement in fourth-grade children from kindergarten readiness scores. *Journal of Educational Psychology, 93* (3), 451–455.

Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche. Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe.

Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention*. München: Reinhardt.

Linacre, J.M. (2002). What do Infit and Outfit, Mean-square and Standardized mean? *Rasch Measurement Transactions, 16* (2), 878. Abruf am 28.4.20. Verfügbar unter: http://www.rasch.org/rmt/rmt162f.htm

Lorenz, J.H. (2005). *Lernschwache Rechner fördern. 2. Auflage*. Berlin: Cornelsen.

Lorenz, J.H. (2014). Rechenschwäche. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage* (S. 43-55). Göttingen: Hogrefe.

Mahlau, K., Blumenthal, Y., Sikora, S. & Voß, S. (2016). *Screening zur Erfassung der Lernvoraussetzungen für das Fach Deutsch zum Schulbeginn*. Abruf am 6.5.20. Verfügbar unter: https://www.lernfortschrittsdokumentation-mv.de/pdf-lounge/singlescreen/01/Lernfreunde_Deutsch/LernfreundeDeutsch-Testheft.pdf

Mahlau, K., Blumenthal, Y., Voß, S. & Sikora, S. (2016). *Screening zur Erfassung der sprachlichen Lernvoraussetzungen zum Schulbeginn*. Abruf am 6.5.20. Verfügbar unter: https://www.lernfortschrittsdokumentation-mv.de/pdf-lounge/singlescreen/01/Lernfreunde_Sprache/LernfreundeSprache-Testheft.pdf

Marx, H. & Lenhard, W. (2010). Diagnostische Merkmale von Screeningverfahren. In M. Hasselhorn & W. Schneider (Hrsg.), Frühprognose schulischer Kompetenzen. *Tests und Trends, N.F. Bd. 9* (S. 68-84). Göttingen: Hogrefe.

Moser Opitz, E. (2004). Dyskalkulie: Krankheit, Erfindung, Mythos, Etikett … ? Auseinandersetzung mit einem geläufigen, aber ungeklärten Begriff. *Vierteljahreszeitschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete, 72*, 179-190.

Paetsch, J. (2016). *Der Zusammenhang zwischen sprachlichen und mathematischen Kompetenzen bei Kindern deutscher und bei Kindern nicht-deutscher Familiensprache*. Abruf am: 6.5.20. Verfügbar unter: https://refubium.fu-berlin.de/bitstream/handle/fub188/3610/DISSERTATION_FINAL_18.03.2016_A.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Piaget, J. & Szeminska, A. (1975). *Die Eintwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Stuttgart: Ernst Klett.

Prenzel, M. & Blum, W. (Hrsg.) (2007). *Entwicklung eines Testverfahrens zur Überprüfung der Bildungsstandards in Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Technischer Bericht.* Kiel: IPN.

R Core Team (2013). *R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing*. Abruf am 28.4.20 Online verfügbar unter: http://www.R-project.org/

Radatz, H., Schipper, W., Dröge, R. & A. Ebeling (1996): *Handbuch für den Mathematikunterricht - 1. Schuljahr*. Hannover: Schroedel.

Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Nielsen & Lydiche.

Rasch, B., Friese, M., Hofmann, W. & Naumann, E. (2014). *Quantitative Methoden 1. Einführung in die Statistik für Psychologen und Sozialwissenschaftler. 4., überarbeitete Auflage*. Berlin: Springer.

Resnick, L.B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (S. 109-151). New York: Academic Press.

Rinkens, H.-D. (2004). *Arithmetische Fähigkeiten am Schulanfang*. Abruf am 28.4.20. Verfügbar unter: http://www.rinkens-hd.de/_data/AritFaeh.pdf

Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testtheorie – Testkonstruktion. 2. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage.* Bern: Huber.

Schmidt, R. (1982a). Die Zählfähigkeit der Schulanfänger. Ergebnisse einer Untersuchung. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe, 12* (10), 371-376.

Schmidt, R. (1982b). Ziffernkenntnis und Ziffernverständnis der Schulanfänger. *Grundschule, 14* (4), 166-167.

Schmidt, R. (1982c). *Zahlenkenntnisse von Schulanfängern. Ergebnisse einer zu Beginn des Schuljahrs 1981/82 durchgeführten Untersuchung*. Wiesbaden: Hessisches Institut für Bildungsplanung und Schulentwicklung.

Selter, C. (1995). Zur Fiktivitat der ‚Stunde Null' im arithmetischen Anfangsunterricht. *Mathematische Unterrichtspraxis, 2,* 11-19.

Selter, C., Walter, D., Walther, G. & Wendt, H. (2016). Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.), *TIMSS 2015. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 79–136). Münster: Waxmann.

Sikora, S. (2017). *Lernverlaufsdiagnostik im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlagen, Konzeption und Güte eines formativen Schulleistungstests für dritte Klassen*. Hamburg: Dr. Kovač.

Sikora, S. & Voß, S. (2016). *Mathes 1. Formative Erfassung arithmetischer Kompetenzen in der ersten Klassenstufe*. Abruf am 20.04.2020. Verfügbar unter: http://www.lernlinie.de/to/mathes1

Sikora, S. & Voß, S. (2018). *Mathematikunterricht in der inklusiven Grundschule*. Stuttgart: Kohlhammer.

Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben „gelöst"? - Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Mathematikunterricht, 5*, 7-29.

Stern, E. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIK-Projekt. In F.E. Weinert & A. Helmke (Hrsg.), *Entwicklungen im Grundschulalter* (S. 157–170). Weinheim und Basel: Beltz.

Van Luit, J.E.H., van de Rijt, B.A.M. & Hasemann, K. (2001). *Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung*. Göttingen: Hogrefe.

Viljaranta, J., Lerkkanen, M.-K., Poikkeus, A.-M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2009). Cross-lagged relations between task motivation and performance in arithmetic and literacy in kindergarten. *Learning and Instruction, 19* (4), 335–344.

Von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, *39*, 85-96.

6 Anhang

Anhang A: Itemkennwerte

Item	Schwierigkeit P_i	Trennschärfe r_{pbis}	Itemparameter (WLE)	Infit
1.1	0.95	0.54	-1.80	0.97
1.2	0.87	0.51	-0.61	0.91
1.3	0.86	0.37	-0.54	0.87
2.1	0.88	0.49	-0.72	0.88
2.2	0.88	0.43	-0.68	0.94
2.3	0.81	0.52	-0.04	0.91
3.1	0.89	0.42	-0.71	0.91
3.2	0.81	0.45	0.05	0.99
3.3	0.63	0.37	1.20	1.19
4.1	0.75	0.52	0.40	0.98
5.1	0.70	0.49	0.77	0.95
6.1	0.79	0.41	0.24	1.13
6.2	0.85	0.40	-0.26	1.08
6.3	0.83	0.45	-0.11	1.15
7.1	0.93	0.33	-1.59	0.98
7.2	0.80	0.44	0.05	0.89
7.3	0.75	0.41	0.40	1.23
8.1	0.93	0.45	-1.25	0.98
8.2	0.87	0.43	-0.57	1.08
8.3	0.83	0.53	-0.20	0.95
9.1	0.95	0.49	-1.90	1.01
9.2	0.86	0.40	-0.46	1.01
9.3	0.79	0.41	0.13	1.01
10.1	0.97	0.41	-2.37	0.96
10.2	0.85	0.34	-0.39	0.98
10.3	0.84	0.32	-0.30	1.01
11.1	0.74	0.27	0.47	0.99
11.2	0.73	0.42	0.51	1.12
11.3	0.61	0.55	1.28	1.14
11.4	0.45	0.31	2.12	1.07
12.1	0.49	0.29	1.83	0.98
12.2	0.40	0.50	2.35	0.91
12.3	0.39	0.35	2.68	0.86

Anhang B: Normtabellen des „Mathes 0“

Anfang Klasse 1 (2. – 4. Schulwoche), N = 1033

Rohwert	T-Wert	Prozentrang
0	<17	1
1	<17	1
2	<17	1
3	<17	1
4	<17	1
5	<17	1
6	<17	1
7	<17	1
8	<17	1
9	17	1
10	19	1
11	21	2
12	23	2
13	24	3
14	26	3
15	28	4
16	30	6
17	32	6
18	34	8
19	36	9
20	37	11
21	39	15
22	41	17
23	43	20
24	45	26
25	47	31
26	48	38
27	50	44
28	52	53
29	54	62
30	56	72
31	58	83
32	60	92
33	61	100