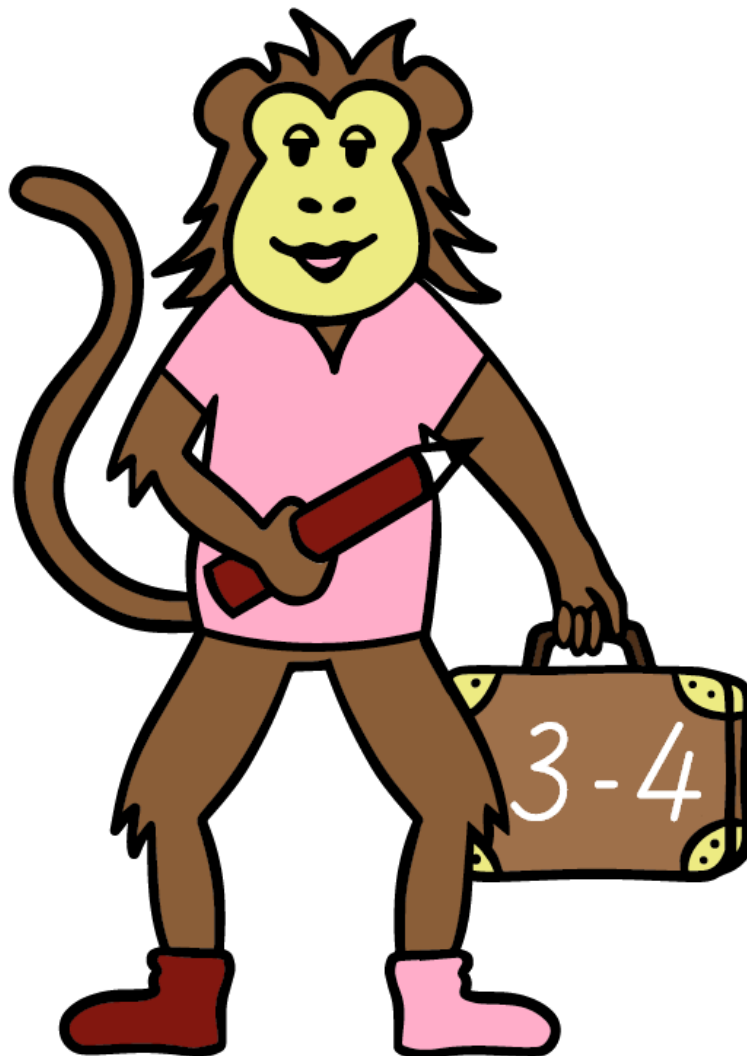


Mathea 3-4

Curriculumbasiertes Messverfahren (CBM) zur Erfassung der Rechenkompetenzen in Klasse 3 und 4

Manual



Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



Inhalt

Abbildungsverzeichnis	3
Tabellenverzeichnis	3
Kurzinformation	4
1. Theoretische Grundlagen	5
1.1 Zielstellung der Mathes-Testreihe.....	5
1.2 Exkurs: Klassifikation und Epidemiologie von mathematischen Lernschwierigkeiten - Was soll verhindert werden?.....	5
2 Theoriebasierte Testentwicklung	6
2.1 Was wird von Schülerinnen und Schüler am Ende der Grundschulzeit erwartet?	6
2.2 Ist die Rechenflüssigkeit ein valider Indikator für kompetentes Rechnen?	7
2.3 Konstruktion inhaltsvalider Testanforderungen	9
3 Testanwendung	13
3.1 Anwendungszeitraum und Zielgruppe	13
3.2 Testmaterial	13
3.3 Hinweise zur Testdurchführung	13
3.4 Auswertung und Interpretation.....	14
3.4.1 Manuelle Auswertung	14
3.4.2 Automatisierte Auswertung.....	15
3.4.3 Interpretation der Ergebnisse	15
4 Testgütekriterien	16
4.1 Raschkonformität, Schwierigkeit und Trennschärfe der Items.....	17
4.2 Reliabilität.....	19
4.3 Validität	20
4.3.1 Konstruktvalidität.....	20
4.3.2 Prognostische Validität	20
4.4 Änderungssensitivität	21
5 Literaturverzeichnis	24
6 Anhang	28

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Schematische Darstellung der Rechenflüssigkeit als Zusammenwirken von Geschwindigkeit und Präzision beim Rechnen und daraus abgeleitete Schülerprofile	8
Abbildung 2: Schematische Darstellung der Rechenflüssigkeit als Zusammenwirken von Geschwindigkeit, Präzision und Flexibilität beim Rechnen	9
Abbildung 3: Referenzniveaus als Interpretationshilfen für die erzielte Testleistung	15
Abbildung 4: Zusammenfassung des Studienaufbaus	16
Abbildung 5: Verteilung der Itemschwierigkeiten am Beispiel der Mathea-CBM für Klasse 4	18
Abbildung 6: Person-Item-Maps der Mathea-CBM	19
Abbildung 7: Datenverlauf im Einzelfall am Beispiel Addition in Klasse 3 und 4	23

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Übersicht der Aufgabentypen bezüglich der Addition im Zahlenraum bis 1000	10
Tabelle 2: Verteilung der Anforderungen in den Mathea-CBM	10
Tabelle 3: Anforderungen der dritten Klassenstufe im Bereich der Addition	12
Tabelle 4: Durchführungszeiträume von „Mathea 3-4“	13
Tabelle 5: Itemstatistiken der CBM „Mathea 3-4“	17
Tabelle 6: Cronbachs α in der Gesamtstichprobe und Korrelationen der CBM-Daten zweier aufeinanderfolgender monatlicher Messzeitpunkte in der Teilstichprobe 1	19
Tabelle 7: Korrelationen der Mathea-CBM mit den Außenkriterien	20
Tabelle 8: Korrelationen der Mittelwerte der ersten drei CBM-Werte in Klasse 3 mit später eingesetzten Außenkriterien	21
Tabelle 9: Ergebnisse der random-coefficient-Modelle zur Analyse der CBM-Daten über die Zeit (Teilstichprobe 1)	22

Kurzinformation

Titel, Autoren, Jahr	Mathea 3-4, Simon Sikora & Stefan Voß, 2014
Diagnostische Zielsetzung	Erfassung der Entwicklung der arithmetischen Kompetenzen im Verlauf der dritten und vierten Klassenstufe bei allen Kindern
Anwendungsbereiche	Grundschulmathematikunterricht in der dritten und vierten Klasse
Aufbau	je ein CBM für jede Grundrechenoperation in jeder Klassenstufe jedes CBM besteht aus 10 parallelen Versionen
Anwendungszeitraum	im vierwöchentlichen Abstand im Verlauf der dritten und vierten Klassenstufe einsetzbar
Durchführung	Gruppentestung mit Zeitbegrenzung von 3 Minuten pro CBM im Klassenkontext, Durchführung durch die Lehrkraft
Auswertung	Auswertung mithilfe von Auswertungsvorlagen
Normen	Vergleichsdaten aus Mecklenburg-Vorpommern (N pro Messzeitpunkt zwischen 208 und 2622; $MW = 1334$)
Reliabilität	Interne Konsistenz (Cronbachs α): Addition: $\alpha = .86$ (.84 - .88) Subtraktion: $\alpha = .91$ (.89 - .92) Multiplikation: $\alpha = .89$ (.85 - .91) Division: $\alpha = .90$ (.89 - .91)
Validität	Konstruktvalidität: konstruktnahe Korrelationen (mit KEKS Mathematik): zwischen $r = .55^{**}$ und $r = .80^{**}$ ($MW: r = .65$) konstruktferne Korrelationen (mit KEKS Deutsch): zwischen $r = .30^*$ und $r = .53^{**}$ ($MW: r = .41$) prognostische Validität: Korrelationen mit CBM Anfang Klasse 3 mit KEKS 4: zwischen $r = .38^{**}$ und $r = .67^{**}$ ($MW: r = .53$)
Änderungssensitivität	Anstieg eines Rohwertpunktes im Mittel alle 7 bis 14 Schulwochen pro Schuljahr zwischen $d = .62$ und $d = 1.17$ ($MW: d = .91$)

1. Theoretische Grundlagen

1.1 Zielstellung der Mathes-Testreihe

Täglich stellen sich Lehrkräfte Fragen wie die folgenden:

„Lernen alle Kinder in meinem Unterricht erfolgreich oder kommt jemand nicht mit?“
„Kann ich das aktuelle Themengebiet abschließen und im Stoff weitermachen oder brauchen die Schülerinnen und Schüler noch mehr Lernzeit?“
„Was genau hat die Schülerin bzw. der Schüler noch nicht verstanden?“

Solche Fragen haben das Ziel, den Unterricht bestmöglich an die individuellen Lernausgangslagen und Förderbedürfnisse der Kinder anzupassen. Die Mathea-Testreihe soll Lehrkräfte bei vertretbarem Aufwand dabei unterstützen, zu einer präzisen Einschätzung der aktuellen Lernstände sowie der Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler zu gelangen. Die curriculumbasierten Messverfahren (CBM) können in dreierlei Hinsicht helfen, nämlich

- beim genauen Einschätzen des Spektrums der Leistungen der Schülerinnen und Schüler, um den Unterricht daran bestmöglich anpassen zu können,
- beim rechtzeitigen Erkennen derjenigen Schülerinnen und Schüler mit Risiken bzw. bereits ausgeprägten Schwierigkeiten im Kompetenzerwerb sowie
- bei der Planung effektiver Fördermaßnahmen, insbesondere für diejenigen Schülerinnen und Schüler mit besonderen Unterstützungsbedarfen.

Zu diesem Zweck wurden Mathea-CBM für jede Klassenstufe entwickelt, welche in vierwochentlichem Abstand eingesetzt werden können.

1.2 Exkurs: Klassifikation und Epidemiologie von mathematischen Lernschwierigkeiten - Was soll verhindert werden?

Schwierigkeiten beim Rechnen- bzw. mathematischen Lernen gehören für viele Schülerinnen und Schüler (und deren Lehrerinnen und Lehrer) zum schulischen Alltag. Allerdings erhält nicht jedes Kind mit schwachen Leistungen in Mathematik die Diagnose „Dyskalkulie“ bzw. „Rechenstörung“. Nach den Kriterien der Weltgesundheitsorganisation leidet ein Kind nur dann unter einer Dyskalkulie, wenn seine Beeinträchtigung der Rechenfertigkeiten im Gegensatz sowohl zur allgemeinen Intelligenz als auch zu anderen schulischen Leistungen, z. B. dem Lesen und der Rechtschreibung, steht (sog. doppeltes Diskrepanzkriterium):

„Diese Störung beinhaltet eine umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnungen benötigt werden.“ (ICD-10, Dilling, Mombour & Schmidt, 2011, S. 338)

Das Verwenden des Diskrepanzkriteriums zur Bestimmung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten sowie eine daran gebundene Zuweisung von Fördermaßnahmen wird in der Fachliteratur aus verschiedenen Gründen kritisiert (u. a. Gaidoschik, 2011; Hartke & Diehl, 2013; Krajewski, 2003; Lorenz, 2005; Moser Opitz, 2004; Koch, 2005; Koch & Knopp, 2010). Gaidoschik stellt berechtigterweise die Frage: „Verdient denn ein Kind, das nicht nur im Rechnen, sondern auch beim Lesen Probleme hat, weniger Förderung in Mathematik als jenes, welches dem ‚Diskrepanz-Kriterium‘ genügt?“ (2011, S. 12). „Es erscheint hingegen sinnvoller, all jene Kinder in die Förderung aufzunehmen, deren Lernfortschritte, durch welche Gründe auch immer, als unzureichend angesehen werden“ (Lorenz, 2005, S. 15).

Während nur etwa 4 % bis 8 % aller Schülerinnen und Schüler den Kriterien einer Dyskalkulie bzw. Rechenstörung entsprechen (von Aster, Schweiter & Weinhold Zulauf, 2007; Lorenz, 2014), gehen Hasselhorn, Marx und Schneider (2005) vor dem Hintergrund der Befunde einschlägiger Prävalenz- und Schulleistungsstudien wie IGLU (Bos et al., 2003) oder TIMSS (Bos et al., 2008; Bos, Wendt, Köller & Selter, 2012; Selter, Walter, Walther & Wendt, 2016) davon aus, dass etwa 20 % aller Viertklässlerinnen und Viertklässler im Fach Mathematik Leistungsrückstände im Umfang von zwei Schuljahren aufweisen.

Schwierigkeiten im Fach Mathematik kommen bei Jungen und Mädchen etwa gleich häufig vor (Jacobs & Petermann, 2012; Landerl & Kaufmann, 2008). Bei vielen Schülerinnen und Schülern treten mathematische Lernschwierigkeiten nicht isoliert auf, sondern in Kombination mit Lese-Rechtschreibschwächen und psychischen Auffälligkeiten, insbesondere ADHS, Ängste und Depressionen (zusammenfassend Lambert, 2015; Sikora & Voß, 2018).

Die berichteten Befunde machen deutlich, dass statistisch gesehen etwa jedes fünfte Kind besondere Unterstützung im Fach Mathematik benötigt. „Frühzeitig zu erkennen, wenn Kinder Schwierigkeiten beim Erlernen mathematischer Begriffe haben, ist vermutlich der wichtigste Schritt auf dem Weg zur Förderung“ (Hasemann & Gasteiger, 2014, S. 151). Die Verfahren der Mathes-Testreihe sollen Lehrkräfte dabei unterstützen.

2 Theoriebasierte Testentwicklung

2.1 Was wird von Schülerinnen und Schüler am Ende der Grundschulzeit erwartet?

Zur Entwicklung von CBM, mit denen die mathematischen Lernfortschritte von Schülerinnen und Schülern am Ende der Grundschulzeit abgebildet werden können, muss zunächst geklärt werden, welche Ziele der Mathematikunterricht verfolgt. Es geht somit um die Frage nach dem zu erfassenden Konstrukt. Beim Blick in die mathematikdidaktische Fachliteratur (u. a. Grassmann, Eichler, Mirwald & Nitsch, 2014; Kämpnick, 2014;

Krauthausen & Scherer, 2007; Schipper, 2009) sowie in die Bildungsstandards für das Fach Mathematik im Primarbereich (KMK, 2005) wird deutlich, dass sich der Mathematikunterricht nicht in Zahlen und Operationen mit ihnen erschöpft. Neben der Arithmetik werden auch das Sachrechnen, der Umgang mit Größen, die Geometrie sowie die Stochastik thematisiert. Winkelmann, Robitzsch, Stanat und Köller (2012) zeigten durch eine methodisch überzeugende Studie mit etwa 17 000 Dritt- und Viertklässlern, dass diese Inhaltsbereiche statistisch diskriminierbar sind, mathematische Kompetenz somit ein mehrdimensionales Konstrukt ist. „Die These, nach der mathematische Kompetenz in all ihren Facetten bestmöglich durch einen globalen Faktor (g) erklärbar sei, wurde hier für die Primarstufe nicht bestätigt“ (Winkelmann et al., 2012, S. 24).

Eine notwendige Voraussetzung zur Messung von Lernverläufen stellt jedoch die Eindimensionalität der Testskalen dar (Wilbert & Linnemann, 2011; Wilbert, 2014). Somit müssten Verfahren konstruiert werden, welche die Entwicklung in jeweils einer der inhaltlichen Dimensionen erfassen. Bisher veröffentlichte CBM fokussieren diesbezüglich auf den Inhaltsbereich der Arithmetik (Hartmann & Müller, 2014; Strathmann & Klauer, 2012). Dies erscheint logisch, da arithmetische Kompetenzen eine essenzielle Grundlage für ein sicheres Operieren in den weiteren Inhaltsbereichen der Grundschulmathematik darstellen. Ein profunder Umgang mit Größen, geometrischen Objekten, Daten und Wahrscheinlichkeiten setzt Zahlvorstellungen und Rechenfähigkeiten voraus. Die Arithmetik ist somit von zentraler Bedeutung für die mathematische Entwicklung. Folglich ist davon auszugehen, dass eine Lernverlaufdiagnostik im Bereich der Arithmetik für die Förderplanung hoch relevant ist.

2.2 Ist die Rechenflüssigkeit ein valider Indikator für kompetentes Rechnen?

Allgemein wird die Geschwindigkeit und Genauigkeit, mit welcher eine Person auf einen Stimulus reagiert, als Flüssigkeit (*fluency*) bezeichnet (Binder, 1996). Diese sehr oberflächliche Charakterisierung des Begriffs deutet darauf hin, dass der Aspekt der Flüssigkeit in verschiedenen Kontexten eine Rolle spielt. Im Bereich der Forschung zur Entwicklung von Lesekompetenzen ist die Leseflüssigkeit bereits als eine zentrale Komponente des Lesens anerkannt (National Institute of Child Health and Human Development, 2000) und gilt zudem als valider Prädiktor für zukünftige Schwierigkeiten im Lesen (Hudson, Lane, & Pullen, 2005; Küspert & Schneider, 1998; Schneider, Blanke, Faust & Küspert, 2011; Stanovich, 1991). Dem Forschungsstand folgend, umschließt die Leseflüssigkeit dabei das Vermögen fehler- sowie unterbrechungsfrei sowie mit angepasster Prosodie und angepasstem Ausdruck zu lesen (Hudson et al., 2005). Bezieht man die Definition von Binder (1996) auf den Bereich Mathematik, ergibt sich die Rechenflüssigkeit analog als die Fähigkeit eines Kindes, Rechenaufgaben präzise und mit einer gewissen Schnelligkeit zu lösen (s. Abbildung 1). Ebenso wie beim Lesen wird dabei angenommen, dass die Rechenflüssigkeit Aufschluss über den Leistungsstand eines Kindes hinsichtlich seiner Rechenkompetenzen gibt und damit einen guten Indikator zur Identifikation von Kindern mit Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens darstellt (VanDerHeyden & Burns, 2008). Diese Annahme wird durch Forschungsbefunde gestützt, die darauf hindeuten, dass eine geringe Geschwindigkeit sowie Präzision beim Faktenabruf mit Rechen- bzw. Lernschwächen assoziiert sind (Calhoon, Emerson, Flores, & Houchins, 2007; Garnett & Fleischner, 1983; Geary, 2004; Gersten, Jordan & Flojo, 2005; Jordan, Hanich & Kaplan, 2003). Dies scheint dadurch begründbar zu sein, als dass die

Fähigkeit zur schnellen und gleichzeitig präzisen Aufgabenbearbeitung. Aufmerksamkeits- bzw. Gedächtnisressourcen freihält, welche dann wiederum für komplexere Anforderungen eingesetzt werden können. Zudem deuten Langzeitstudien darauf hin, dass Kinder mit Rechenschwierigkeiten überdauernd über eine lediglich gering ausgeprägte Rechenflüssigkeit verfügen (Jordan et al., 2003). Entsprechend scheinen die Geschwindigkeit und die Präzision beim Rechnen, als Maß für die Rechenflüssigkeit, Informationsträger hinsichtlich der Rechenkompetenz eines Kindes zu sein. Von den beiden Faktoren ausgehend ergeben sich vier Kindergruppen mit qualitativ verschiedenen Rechencharakteristika (s. Abbildung 1).

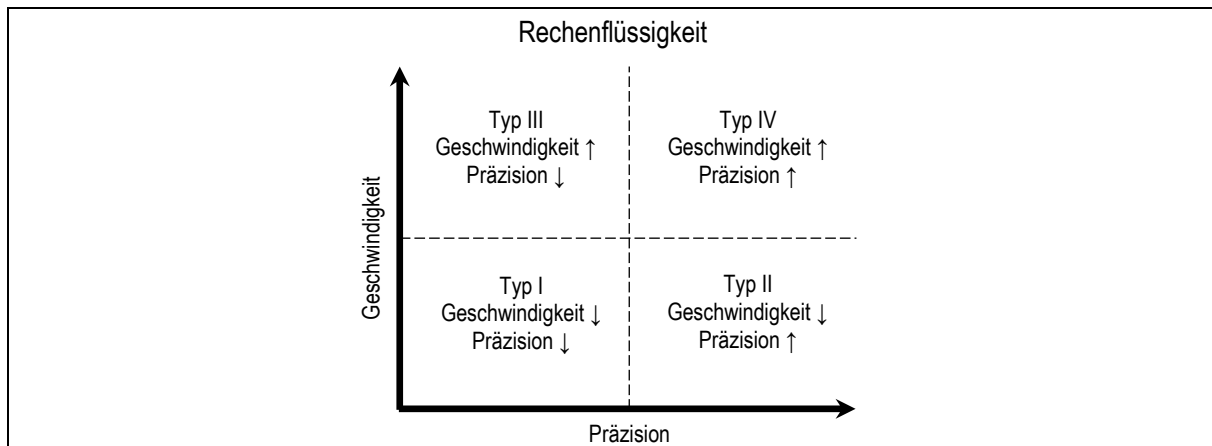


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Rechenflüssigkeit als Zusammenwirken von Geschwindigkeit und Präzision beim Rechnen und daraus abgeleitete Schülerprofile

Nach VanDerHeyden und Burns (2008) weisen Kinder in einer Aneignungsphase mathematischer Aspekte zunächst eine hohe Genauigkeit, jedoch eine geringe Geschwindigkeit bei der Bearbeitung von Aufgaben hinsichtlich des neu erworbenen Inhalts auf. Im Laufe der Zeit, mit steigender Sicherheit, nimmt dann auch die Geschwindigkeit bei der Bearbeitung der Aufgaben zu. Ein angemessener Lernfortschritt im Bereich des Rechnens zeigt sich demnach in einer schnellen und genauen Bearbeitung der Rechen-CBM. Auch das National Mathematics Advisory Panel (2008) nimmt die Fähigkeit des mathematischen Faktenabrufs als einen wesentlichen Aspekt für das erfolgreiche mathematische Lernen an. Rechen-CBM gewinnen demnach neben ihrer Funktion zur Dokumentation des Lernverlaufs von Schülerleistungen auch durch die Möglichkeit des Einsatzes als Screening-Werkzeuge an Bedeutung. Speziell für diesen Zweck haben sich derartige CBM auch aus testtheoretischer Perspektive mehrfach bewährt. Wiederholt konnten mittlere Korrelationen mit standardisierten mathematischen Leistungstests nachgewiesen werden (Foegen & Deno, 2001; Thurber, Shinn & Smolkowski, 2002).

Die Eingrenzung der Rechenflüssigkeit auf die Aspekte Geschwindigkeit und Genauigkeit wird jedoch an verschiedenen Stellen in der Literatur als zu einseitig kritisiert (Gojak, 2012; Russell, 2000). Wird Rechenflüssigkeit als das ausschließliche Zusammenspiel dieser beiden Facetten verstanden, ist Rechnen auf eine reine Performanceleistung reduziert und hängt demnach in erster Linie von ausreichend Wiederholung und eher weniger vom Grad der Ausprägung mathematischer Einsichten ab. Ohne Einblick in die tieferen mathematischen Zusammenhänge werden Rechenalgorithmen von Kindern in der Regel jedoch schnell vergessen oder aber falsch angewendet. Jedoch muss andersherum konstatiert werden, dass unzureichend flüssig beherrschte Rechenprozeduren, trotz gegebenem mathematischem Verständnis, ebenso den Rechenprozess hindern (National

Council of Teachers of Mathematics, 2000). Analog zur Prosodie und zum Ausdruck im Bereich des Lesens umfasst die Rechenflüssigkeit daher, neben einer rein technischen Komponente, ein Element, das auf den weiteren Kontext der Aufgabe (bspw. das Wissen über analoge Aufgaben und deren Ausnutzung im neuen Kontext) bezogen ist. Auch Russell (2000) beschreibt die Rechenflüssigkeit als Zusammenwirken aus Effizienz, Akkuratheit und Flexibilität. Demnach kann dann von flüssigem Rechnen gesprochen werden, wenn Kinder in der Lage sind, flexibel aus einem Repertoire verschiedener Rechenstrategien, die sie in ihrer Wirkungsweise verstanden haben und auch erklären können, eine sinnvolle und zugleich am besten geeignete zu wählen und diese erfolgreich anzuwenden. Um die Rechenflüssigkeit demnach treffend zu definieren, müssen die Aspekte Geschwindigkeit und Präzision um die Dimension Flexibilität im Umgang mit Zahlen und Operationen erweitert werden (s. Abbildung 2). Dabei bezieht sich der Aspekt der Flexibilität auf das vorhandene Strategiewissen, also die Tiefe der Einsicht in mathematische Strukturen und deren Ausnutzung.

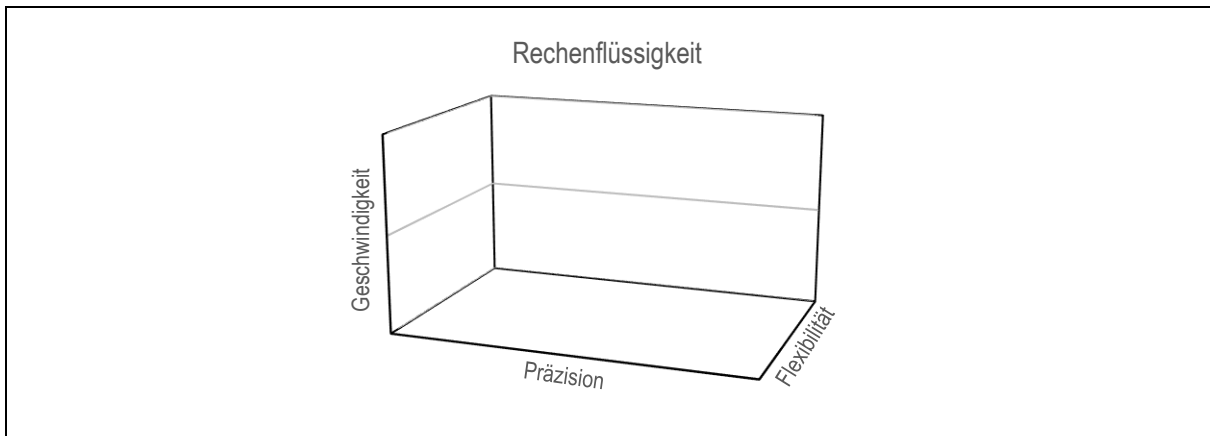


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Rechenflüssigkeit als Zusammenwirken von Geschwindigkeit, Präzision und Flexibilität beim Rechnen

2.3 Konstruktion inhaltvalider Testanforderungen

Im Sinne des Konzeptes des lehrziel- bzw. kriteriumsorientierten Testens (Klauer, 1987) ist zunächst für jede der vier Grundrechenarten zu bestimmen, welche Anforderungen die Schülerinnen und Schüler am Ende der dritten bzw. vierten Klassenstufe erfüllen müssen. Einen Rahmen liefern die im jeweiligen Schuljahr behandelten Zahlenräume. Nach Krauthausen und Scherer (2007) rechnen Kinder in der dritten Klassenstufe im Tausenderraum, Kinder in der vierten Klassenstufe im Millionraum. So könnte von einer Drittklässlerin bzw. einem Drittklässler beispielsweise erwartet werden, dass sie bzw. er am Ende des Schuljahres in der Lage ist, alle erdenklichen Additionsaufgaben des Tausenderraums im Kopf zu lösen. In Abhängigkeit der bei der Rechnung zu verarbeitenden Stellen können verschiedene Schwierigkeitsgrade der Aufgaben unterschieden werden, wie Tabelle 1 exemplarisch verdeutlicht.

Tabelle 1: Übersicht der Aufgabentypen bezüglich der Addition im Zahlenraum bis 1000

maximale Anzahl zu verrechnender Stellen	Aufgabentyp
1	H+H, H+Z, H+E, HZ+H, HE+H
2	HZ+E, HZ+Z, HE+E, HE+Z
3	HZE+E, HZE+Z, HZE+HZE

Anmerkungen: H – Hunderter; Z – Zehner, E – Einer

Zur Erstellung der CBM werden in einem *ersten Schritt* die möglichen Aufgabentypen in jeder Grundrechenart bestimmt (Definition der Aufgabenmenge) und nach Schwierigkeitsgrad geordnet. Diese Analyse umfasst auch den Zwanziger- sowie Hunderterraum, welche in den vorangehenden Klassenstufen thematisiert werden (Krauthausen & Scherer, 2007).

Aufgrund der großen Anzahl an Aufgabentypen sind in einem *zweiten Schritt* Festlegungen zu treffen, um repräsentative Teilmengen aus den Grundmengen in die CBM aufzunehmen (Klauer, 2011). Ein Itemsampling ohne entsprechende Restriktionen würde vermutlich nicht zu parallelen CBM führen. Grundgelegt werden die folgenden vier Aspekte:

1. *Festlegung der zu berücksichtigenden Niveaustufen und der Anzahl der Aufgaben*

Für jede Grundrechenart wird ein CBM entwickelt, das 24 Aufgaben umfasst. Jedes CBM besteht dabei aus zehn strukturgleichen Parallelversionen, die im Laufe eines Schuljahres im vierwöchentlichen Rhythmus eingesetzt werden können, ohne, dass gleiche Aufgabenblätter verwendet werden müssen. In den CBM sollen auch Anforderungen der zwei vorangegangenen Schuljahre enthalten sein, damit sie auch im unteren Leistungsbereich gut differenzieren und somit auch in inklusiven Grundschulklassen sinnvollerweise eingesetzt werden können.

Tabelle 2: Verteilung der Anforderungen in den Mathea-CBM

Niveaustufe	Klasse 3	Klasse 4
Niveau Klasse 1 (ZR 20)	4 Aufgaben	
Niveau Klasse 2 (ZR 100)	12 Aufgaben	8 Aufgaben
Niveau Klasse 3 (ZR 1000)	8 Aufgaben	8 Aufgaben
Niveau Klasse 4 (ZR 1 000 000)		8 Aufgaben

Anmerkung: ZR – Zahlenraum

Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben eines CBM soll durchgängig ansteigen. Dies wird einerseits durch die stetige Erweiterung der Zahlenräume erreicht (s. Tabelle 2), zudem wird die Anzahl der zu verarbeitenden Stellen (s. Tabelle 1) auch innerhalb einer Niveaustufe beständig erhöht. Damit nimmt die Zahl der zur jeweiligen Aufgabenlösung benötigten Rechenschritte sukzessive zu.

2. *Festlegung des maximalen Schwierigkeitsgrades*

Die CBM sollen ausschließlich Kopfrechenfähigkeiten abprüfen, da diese als ungemein wichtig anerkannt sind: „Auch im Zeitalter des Taschenrechners und Computers sowie des entdeckenden Lernens besteht in der Mathematikdidaktik Konsens über die schulische wie außerschulische Bedeutung solider Kopfrechenfertigkeiten und -fähigkeiten“ (Krauthausen & Scherer, 2007, S. 43). (Halb-)schriftliche Rechenverfahren werden aus Gründen der Durchführungökonomie nicht berücksichtigt, da deren Zeitaufwand dem CBM-Ansatz widersprechen würde.

Aufgrund dieses Beschlusses bedarf es Überlegungen dahingehend, welche maximale Anforderung erwartet werden kann. Beispielsweise erscheint es nicht sinnvoll, Aufgaben wie $436 \times 582 = _$ zu stellen, da davon auszugehen ist, dass eine richtige Aufgabenlösung, aufgrund der Vielzahl an Rechenschritten, scheitern würde. Um den begrenzten Arbeitsgedächtniskapazitäten Rechnung zu tragen, werden höchstens Aufgaben im Hunderttausenderraum (in Klasse 4) gestellt. Zudem werden nur Aufgabentypen ausgewählt, die maximal vier Rechenschritte erfordern. Bezüglich der Multiplikation und Division werden nur Aufgaben genutzt, die mithilfe von Ableitungen aus Grundaufgaben lösbar sind.

3. Festlegung der Aufgabenformen

Die CBM sollen neben den formalen Kopfrechenaufgaben in der Standardform $a + b = _$ auch Gleichungen mit Platzhaltern nach den Formen $a + _ = c$ bzw. $_ + b = c$ umfassen. Deren Lösung setzt ein relationales Zahlverständnis (Fritz, Ricken & Gerlach, 2007) sowie ein Gleichungsverständnis voraus.

4. Festlegung der Stellenüberschreitungen für jeden Aufgabentyp

Zur Erzeugung paralleler Items ist es bei vielen Aufgabentypen notwendig, die Anzahl der Stellenüberschreitungen zu standardisieren. Ohne eine entsprechende Festlegung würden beispielsweise die Aufgaben $111 + 111 = _$ (kein Übergang) und $567 + 384 = _$ (zwei Übergänge) demselben Aufgabentyp als Aufgaben ähnlicher Schwierigkeit zugeordnet werden.

Im Anschluss an die dargestellten Vorüberlegungen werden in einem *dritten Schritt* die im jeweiligen CBM zu berücksichtigenden Aufgabentypen festgelegt sowie konkrete Items aus diesen Klassen per Zufallsprinzip ausgewählt. Bei diesem Vorgehen handelt es sich also, wie bereits bei Vorarbeiten mit ähnlicher Zielstellung (u. a. Strathmann & Klauer, 2010), um ein stratifiziert-zufälliges Verfahren der Aufgabenerzeugung, da sich die Grundmengen in jedem Zahlenraum aus klar unterscheidbaren Teilmengen mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden zusammensetzen. Die Tabelle 3 stellt die ausgewählten Aufgaben im Bereich der Addition exemplarisch bezogen auf die Anforderungen der dritten Klassenstufe dar. Daraus geht hervor, dass nicht alle theoretisch möglichen Additionsaufgaben im Verfahren berücksichtigt werden können. Die inhaltlichen Anforderungen für die CBM in allen vier Grundrechenarten sind im Anhang A ab Seite 28ff. abgebildet.

Tabelle 3: Anforderungen der dritten Klassenstufe im Bereich der Addition

Aufgabenstruktur	Übergänge	erster	zweiter	erster	zweiter	erster	zweiter	Beispiel
		Summand größer $a + b = _$	Summand größer $a + b = _$	Summand größer $a + _ = c$	Summand größer $a + _ = c$	Summand größer $_ + b = c$	Summand größer $_ + b = c$	
$ZE + Z = HZE$	1	X						$87 + 30 = _$
$HZ + H = HZ$	0		X					$350 + 400 = _$
$HZ + Z = HZ$	1			X				$750 + _ = 820$
$HZ + HZ = HZ$	1					X		$_ 370 = 930$
$HZE + HZ = HZ$	1	X						$457 + 360 = _$
$HZE + HZE = HZE$	2		X					$334 + 587 = _$
$HZ + HZ = HZ$	1				X			$250 + _ = 640$
$HZE + HZE = HZE$	2						X	$_ + 548 = 821$

Anmerkungen: H – Hunderter; Z – Zehner, E – Einer

Von jedem ausgewählten Aufgabentyp werden zehn verschiedene Kopfrechenaufgaben für jedes Schuljahr zufällig gezogen und auf zehn CBM-Versionen verteilt. Diesem Vorgehen liegt die Annahme zugrunde, dass derart entwickelte CBM-Versionen parallel, d. h. gleich schwer sind und dasselbe messen. So ist beispielsweise davon auszugehen, dass es sich bei den Aufgaben $500 + 300 = _$ und $500 + 400 = _$ (Aufgabenstruktur $HZ + H = HZ$ ohne Übergang; s. Tabelle 3) um parallele Items handelt.

In einer ersten Pilotstudie zur Überprüfung der Parallelität der entwickelten Verfahren wurden beispielhaft je zwei CBM einer Grundrechenart in vier Klassen ($N = 81$) durchgeführt und die erreichten Rohwerte der Kinder miteinander korreliert. Dabei zeigten sich durchgängig hoch signifikante Korrelationskoeffizienten zwischen $r = .72$ und $r = .86$.

Da in den Verfahren der vierten Klassenstufe auch Aufgaben der dritten enthalten sind (Niveaustufen 2 und 3; s. Tabelle 2), liegt den erstellten CBM ein Multi-Matrix-Design (Mislevy, Beaton, Kaplan & Sheehan, 1992) zugrunde. Mittels Anker-Items wird, die Gültigkeit eines probabilistischen Messmodells (s. Abschnitt 4.1) vorausgesetzt, eine Modellierung des Lernverlaufs über beide Klassenstufen hinweg ermöglicht.

Zuletzt werden Festlegungen zum Durchführungsmodus getroffen. Die Schülerinnen und Schüler sollen innerhalb von drei Minuten so viele Aufgaben einer Grundrechenart wie möglich im Kopf lösen. Die CBM sind somit als Speed-Tests konzipiert. Es ist nicht davon auszugehen, dass die Schülerinnen und Schüler alle Aufgaben in der vorgegebenen Zeit bearbeiten können. Vor dem Hintergrund der im Abschnitt 2.2 dargestellten Überlegungen folgt die Konstruktion der CBM der Grundannahme, dass Kinder mit ineffektiven, umständlichen oder unsicheren Lösungsstrategien weniger Aufgaben in einer vorgegebenen Zeit lösen können als geschickte, kompetente und geübte Rechner. Diese Annahme wird durch entsprechende empirische Befunde gestützt (Voß, 2016). Durch die Zeitbegrenzung der CBM soll folglich eine höhere Differenzierungsfähigkeit erreicht werden, bei gleichzeitiger Inkaufnahme eventueller Einbußen hinsichtlich der Änderungssensitivität.

3 Testanwendung

Hinweis: Alle für die Durchführung und Auswertung des „Mathea 3-4“ benötigten Informationen sowie die Testinstruktionen finden sich in übersichtlicher Form in den [Durchführungshinweisen](#).

3.1 Anwendungszeitraum und Zielgruppe

Vor dem Hintergrund der in Abschnitt 1.1 dargestellten Zielstellungen der Mathea-Testreihe, sind alle Mathea-CBM für die zeitökonomische Erfassung der Rechenleistungen aller Schülerinnen und Schüler einer (inklusive) Grundschulklasse konzipiert. „Mathea 3-4“ kann zu je zehn Zeitpunkten im dritten sowie im vierten Schuljahr durchgeführt werden. Zu jedem Messzeitpunkt gibt es genau ein CBM bestehend aus vier einzelnen Aufgabenbögen zu jeder Grundrechenart. Die nachfolgende Tabelle 4 stellt die Durchführungszeiträume dar.

Tabelle 4: Durchführungszeiträume von „Mathea 3-4“

Schulwoche									
4.	8.	12.	16.	20.	24.	28.	32.	36.	40.

3.2 Testmaterial

Für die Durchführung von „Mathea 3-4“ werden folgende Materialien benötigt:

- 1 Testblatt pro Kind,
- 1 Füller, 1 Ersatzstift,
- 1 Stoppuhr
- ggf. 1 Testblatt für die Lehrkraft zur Demonstration,
- 1 [Durchführungsanleitung](#) für die Lehrkraft.

3.3 Hinweise zur Testdurchführung

Die Aufgaben befinden sich ausschließlich auf der Rückseite jedes Aufgabenbogens. Nach dem Austeilen tragen die Schülerinnen und Schüler die Angaben auf der Vorderseite des Bogens selbständig ein. Sobald jedes Kind ein Blatt mit seinem Namen vor sich hat, kann die Zeitnahme erfolgen und die Schülerinnen und Schüler beginnen mit der Aufgabenbearbeitung.

Die vier Bögen zu jedem Testzeitpunkt können hintereinander, mit kurzen Pausen oder an verschiedenen Tagen bzw. in verschiedenen Schulstunden durchgeführt werden. Es ist darauf zu achten, „Mathea 3-4“ in Stunden einzusetzen, in denen die Schülerinnen und Schüler sich gut konzentrieren und ihre besten Leistungen abrufen können.

Die Durchführung von „Mathea 3-4“ erfolgt in Gruppen (Klassenverband). Um eine objektive Testanwendung zu gewährleisten, müssen folgende Punkte beachtet werden:

- Es muss gewährleistet sein, dass die Schülerinnen und Schüler in einer ruhigen, störungsfreien Atmosphäre die Aufgaben bearbeiten.
- Bei jedem Aufgabenbogen von „Mathea 3-4“ müssen die Schülerinnen und Schülern **exakt 3 Minuten** Zeit für die Aufgabenbearbeitung bekommen. Jeder Aufgabenbogen wird ohne Pause durchgeführt.
- Die Durchführungshinweise sind zu berücksichtigen und die [Testinstruktionen](#) wörtlich vorzulesen.
- Die Testhefte werden erst ausgeteilt, nachdem der erste Abschnitt der wörtlichen Instruktionen vorgelesen wurde.
- Die zu lösenden Aufgaben dürfen vorab nicht mit den Schülerinnen und Schülern geübt werden.
- Falsche Aufgabenlösungen werden nicht wegradiert oder -gekillert, sondern durchgestrichen, da dies für die Schülerinnen und Schüler weniger zeitaufwendig ist.
- Die Schülerinnen und Schüler dürfen während der Durchführung keine Hinweise und Hilfestellungen erhalten. Ermutigungen sind erlaubt.
- Es ist darauf zu achten, dass die Kinder nicht voneinander abschreiben.
- „Mathea 3-4“ sollte möglichst nicht in der letzten Unterrichtsstunde oder im Nachmittagsunterricht durchgeführt werden.

3.4 Auswertung und Interpretation

3.4.1 Manuelle Auswertung

Die Auswertungsvorlagen ([Klasse 3](#) bzw. [Klasse 4](#)) unterstützen eine objektive und ökonomische Auswertung von „Mathea 3-4“. Alle richtig gelösten Aufgaben werden mit einem Punkt, falsch gelöste mit null Punkten bewertet. Die erreichten Punkte werden aufsummiert. Zudem sollte die Anzahl der bearbeiteten Aufgaben ausgezählt werden. Durch eine kombinierte Betrachtung der richtig gelösten und der bearbeiteten Aufgaben erhält die Lehrkraft eine differenziertere Rückmeldung zum Lösungsverhalten des Kindes (s. Abbildung 1 auf S. 8). In den [Durchführungshinweisen](#) von „Mathea 3-4“ finden sich weiterführende Informationen zu einer solchen qualitativen Auswertung der CBM.

Mithilfe der Normtabellen im Anhang C ab S. 40f. kann die Testleistung des Kindes mit denen gleichaltriger Schülerinnen und Schüler verglichen werden. Dazu stehen die für statusdiagnostische Einschätzungen gängigen Standardwerte Prozentrang für alle Messzeitpunkte zur Verfügung, aus Gründen der Übersichtlichkeit jedoch nur für die in Abschnitt 3.4.3 aufgeführten Referenzniveaus sowie für den Mittelwert. Indem die aufsummierten Rohwerte in die vorbereiteten Lernverlaufsgraphen (s. Anhang D, S. 42ff.) eingetragen werden, kann eine normorientierte Einschätzung des aktuellen Leistungsstandes sowie der Leistungsentwicklung des Kindes vorgenommen werden.

3.4.2 Automatisierte Auswertung

Für Lehrkräfte aus Mecklenburg-Vorpommern wird über die Homepage www.lernlinie.de eine internetgestützte Auswertung von „Mathea 3-4“ angeboten. Bei dieser Variante müssen lediglich die erreichten Rohwerte (richtige Lösungen und bearbeitete Aufgaben) ermittelt und auf der Internetplattform eingetragen werden. Anschließend werden automatisch Ergebnisübersichten für jedes Kind erstellt, sodass auf einen Blick ersichtlich ist, wie seine Leistungen im Vergleich zu gleichaltrigen Schülerinnen und Schülern einzuschätzen sind. Bei mehrmaligem Einsatz von „Mathea 3-4“ stellt die Internetplattform ebenfalls den Lernverlauf des Kindes graphisch dar. Zudem besteht die Möglichkeit, die Ergebnisse aller Schülerinnen und Schüler einer Klasse im Überblick anzuzeigen.

Lehrkräfte außerhalb Mecklenburg-Vorpommerns können die Testergebnisse ihrer Schülerinnen und Schüler in die vorbereitete [Klassenübersicht](#) eintragen, welche automatisch die in Abschnitt 3.4.3 aufgeführten Referenzniveaus graphisch veranschaulicht.

3.4.3 Interpretation der Ergebnisse

Bei der Einschätzung der Testleistung eines Kindes helfen sogenannte Referenzniveaus, welche auf den Prozentrang Bezug nehmen und diesen vereinfachend interpretieren, indem die Testleistung des Kindes im Vergleich zur Referenzgruppe in fünf Stufen eingeordnet wird. Referenzniveaus stellen Marker an empirisch bedeutsamen Grenzen dar (Prozentrang 10, 25, 75 und 90). Ein Prozentrang von 10 bedeutet, dass 10 Prozent der gleichaltrigen Schülerinnen und Schüler gleiche oder schlechtere Leistungen aufweisen, ein Prozentrang von 25, dass ein Viertel der Kinder ein gleiches oder schlechteres Testergebnis erzielt, usw. Auf diese Weise entstehen fünf Leistungsbereiche, sodass einfach ersichtlich ist, wie das Kind im Vergleich zu Gleichaltrigen abgeschnitten hat.

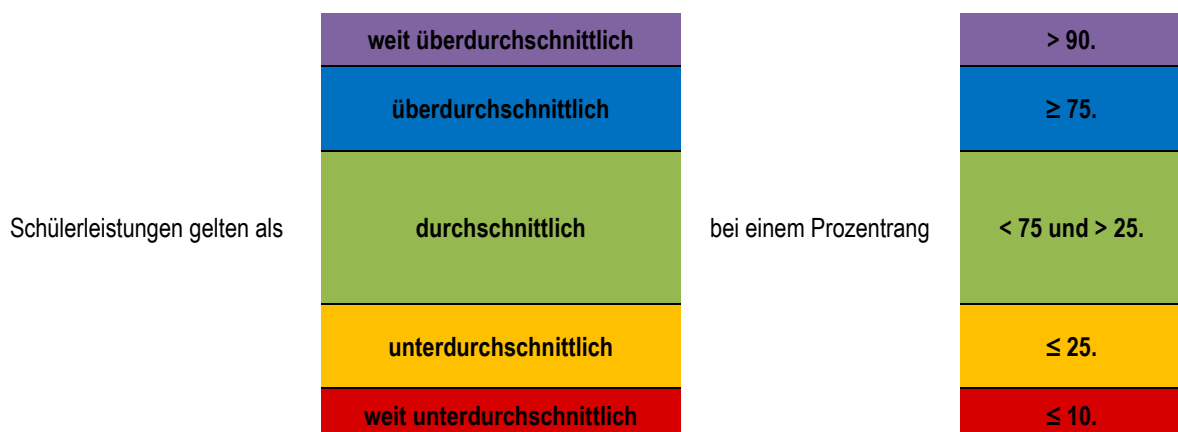


Abbildung 3: Referenzniveaus als Interpretationshilfen für die erzielte Testleistung

4 Testgütekriterien

Im Rahmen einer längsschnittlich angelegten Untersuchung wurde „Mathea 3-4“ mit 463 Schülerinnen und Schülern der Region Rügen über die Schuljahre 2014/15 (Klasse 3) und 2015/16 (Klasse 4) jeweils zu drei Messzeitpunkten (4., 20. sowie 40. Schulwoche) durchgeführt. Die Kinder verteilten sich auf 20 Grundschulklassen in 11 Schulen. Das Geschlechterverhältnis war annähernd ausgeglichen ($\♂ = 234 / \text{♀} = 229$), das mittlere Alter lag zum ersten Messzeitpunkt bei 8;9 Jahren ($SD = 0;6$ Jahre). Bei der Durchführung der CBM-Testungen wurde auf eine Begrenzung der Zeit, wie sie sonst üblich ist, verzichtet, um Informationen auf Itemebene zu erhalten.

In acht der zuvor aufgeführten Klassen aus sieben Schulen wurden zudem über die Schuljahre 2014/15 sowie 2015/16 Testungen mit den Mathea-CBM im monatlichen Abstand durchgeführt (8., 12., 16., 24., 28., 32. und 36. Schulwoche). Bei diesen wurde die Bearbeitungszeit auf drei Minuten pro CBM begrenzt. Wie in längsschnittlichen Studien üblich, zeigte sich über die Zeit ein Datenausfall in der untersuchten Teilgruppe. Um zu aussagekräftigen Daten zu kommen, wurden die Ergebnisse all jener Kinder in die Analysen einbezogen, die an mindestens 45 der insgesamt 56 Testungen (7 Testungen je Schuljahr je Grundrechenoperation) teilgenommen hatten (80 prozentige Datenverfügbarkeit). Diese Teilstichprobe 1 umfasste 152 Kinder ($\♂ = 71 / \text{♀} = 81$), das mittlere Alter zum ersten Messzeitpunkt betrug 8;9 Jahre ($SD = 0;5$ Jahre).

In fünf der zuvor aufgeführten Klassen aus drei Schulen wurden zudem jeweils zum Beginn als auch zur Mitte der beiden Schuljahre die Mathematik- und die Deutscheleistungen mit den entsprechenden KEKS-Tests (May & Bennöhr, 2013) als Außenkriterien erhoben (s. Abschnitt 4.3). Diese Teilstichprobe 2 umfasste 69 Kinder ($\♂ = 31 / \text{♀} = 38$), das mittlere Alter zum ersten Messzeitpunkt betrug 8;9 Jahre ($SD = 0;5$ Jahre).

Alle mit dieser Untersuchung gekoppelten Testungen führten die Lehrkräfte eigenständig durch. Sie werteten die Verfahren ebenfalls selbst aus und trugen die Testergebnisse in die Internetplattform www.lernfortschrittsdokumentation-mv.de ein (Voß et al., 2016), auf der sie jederzeit Einblick in die Leistungsdaten ihrer Schülerinnen und Schüler nehmen konnten. Die Abbildung 4 stellt den Studienaufbau im Überblick dar.

Gesamtstichprobe

N = 463
CBM ohne Zeitbegrenzung
Anfang (4. SW), Mitte (20. SW), Ende (40. SW)
Klasse 3 und 4

Teilstichprobe 1

N = 152
zudem CBM mit 3 Minuten Zeitbegrenzung
8., 12., 16., 24., 28., 32., 36. SW
Klasse 3 und 4

Teilstichprobe 2

N = 69
Zudem KEKS-Tests Mathematik und
Deutsch Anfang (4. SW) und Mitte (20. SW)
Klasse 3 und 4

Abbildung 4: Zusammenfassung des Studienaufbaus
Anmerkung: SW – Schulwoche

4.1 Raschkonformität, Schwierigkeit und Trennschärfe der Items

Auf Grundlage der Ergebnisse der Gesamtstichprobe ohne Eingrenzung der Bearbeitungszeit zu den sechs Messzeitpunkten über beide Schuljahre sind Aussagen auf Itemebene möglich. Da die vorliegende Datenmatrix eine binäre Codierung in „richtig gelöst“ bzw. „falsch gelöst“ aufweist, wurde ein dichotomes Rasch-Modell zugrunde gelegt (Rasch, 1960). Die Rasch-Analysen wurden mit dem Statistikprogramm R (R Core Team, 2013) mithilfe des Pakets pairwise (Heine, 2014) durchgeführt. Die Modellpassung der Items wurde anhand ihrer geschätzten Infit-Werte beurteilt. Da die Outfit-Statistiken deutlich durch Ausreißerwerte beeinflusst werden, Infit-Werte hingegen sensitiver im Bereich mittlerer Fähigkeitsausprägungen ausfallen (Linacre, 2002), wurden in erster Linie die Infit-Statistiken auf Abweichungen vom Erwartungswert 1 untersucht ($0.70 \leq \text{Infit} \leq 1.30$).

Zur weiteren Analyse der Güte der Items wurden gängige Itemstatistiken (Schwierigkeit, Trennschärfe) berechnet, wobei sich die Itemschwierigkeiten σ aus den im Raschmodell nach Thurston geschätzten Schwellenwerten (aufgrund dichotomer Antwortmöglichkeiten in „richtig gelöst“ und „falsch gelöst“) und die Trennschärfen als punktbiseriale Korrelationen der Itemrohwerte mit dem jeweiligen CBM-Gesamtwert ergeben. In Tabelle 5 sind die ermittelten Kennwerte der Items für jedes CBM zusammengefasst dargestellt.

Die Skalierung der Items nach dem eindimensionalen Rasch-Modell erfolgte dabei für jede der Grundrechenoperationen über die Klassenstufen 3 und 4 hinweg. Insgesamt genügen alle Items den Anforderungen an die Infit-Statistiken ($0.7 \leq \text{Infit} \leq 1.3$; Bond & Fox, 2015) und weisen damit eine hinreichende Passung zum Rasch-Modell auf. Eine Auflistung der im Rasch-Modell geschätzten Fitstatistiken zu jedem Item kann im Anhang B auf Seite 36ff. eingesehen werden.

Tabelle 5: Itemstatistiken der CBM „Mathea 3-4“

	Itemschwierigkeiten σ (min - max)	mittlere Trennschärfe r_{pbis} \emptyset (min - max)	Infit \emptyset (min - max)
Mathea 3-4 AD	-3.67 - 4.50	0.46 (0.12 - 0.72)	0.85 (0.70 - 1.02)
Mathea 3-4 SU	-3.33 - 3.23	0.56 (0.22 - 0.71)	0.88 (0.75 - 1.05)
Mathea 3-4 MU	-5.19 - 4.54	0.56 (0.33 - 0.67)	0.89 (0.71 - 1.20)
Mathea 3-4 DI	-4.69 - 3.54	0.59 (0.44 - 0.70)	0.90 (0.70 - 1.23)

Anmerkungen: AD – Addition, SU – Subtraktion, MU – Multiplikation, DI – Division

Der Wertebereich der Itemschwierigkeiten σ fällt erwartungskonform für jedes der erarbeiteten CBM sehr breit aus. Trägt man die Parameter geordnet nach der Position auf der Testvorlage ab, zeichnet sich ein – teilweise durch einzelne Items durchbrochener – linearer Anstieg in den zuvor nach Zahlenraum definierten Niveaustufen (s. Tabelle 2) ab. Allerdings muss festgehalten werden, dass Sprünge in den Schwierigkeiten von Niveau zu Niveau zu verzeichnen sind. Zwar steigen die Schwierigkeiten der Items innerhalb der theoretisch postulierten Niveaustufen (zumeist) sukzessive an, die letzten Items einer Niveaustufe fallen allerdings in der Regel etwas schwieriger aus als die ersten Items der folgenden Niveaustufe. Zur besseren Verdeutlichung des Sachverhalts werden in Abbildung 5 beispielhaft die Diagramme für die CBM der Klassenstufe 4 dargestellt. Würden alle Itemschwierigkeiten eines CBM der Größe nach geordnet werden, ergäben die Werte – jeweils für jedes CBM –

annähernd eine Gerade, d. h. die Items verteilen sich jeweils gleichmäßig auf unterschiedliche Schwierigkeitsbereiche.

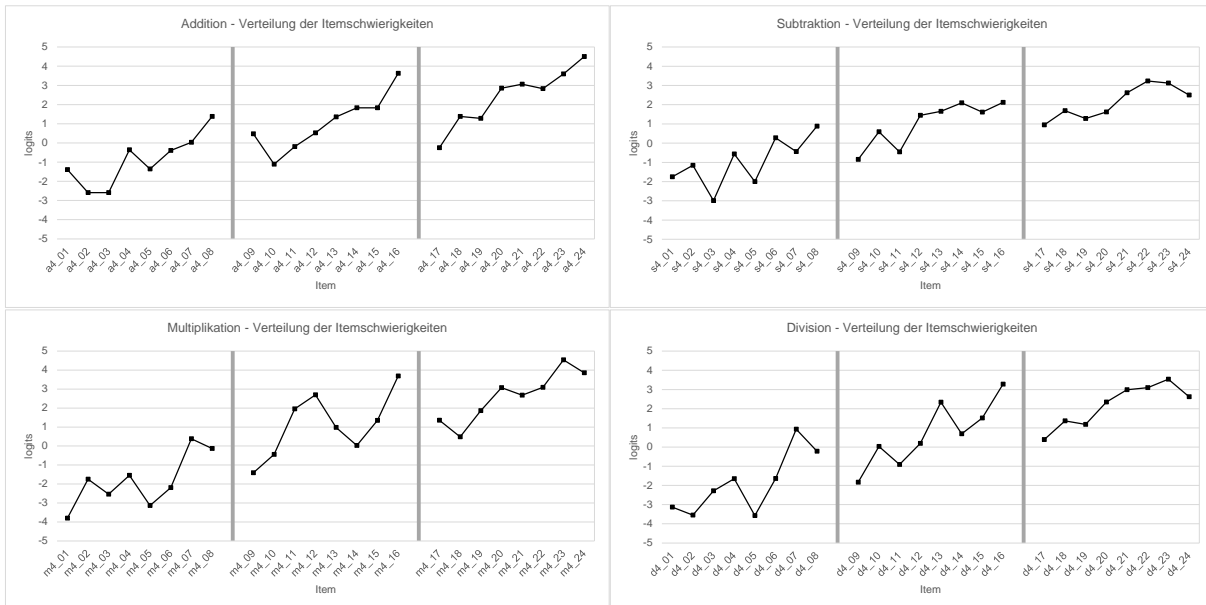


Abbildung 5: Verteilung der Itemschwierigkeiten am Beispiel der Mathea-CBM für Klasse 4
 Anmerkungen: Die grauen vertikalen Markierungen weisen die nach Zahlenraum definierten Niveaustufen in den CBM aus (s. Tabelle 2).

Die ermittelten Trennschärfen der Items liegen in einem Intervall zwischen $r_{pbis} = .12$ und $r_{pbis} = .71$ (s. Tabelle 5), wobei die Kennwerte lediglich bei zwei Items des CBM Addition kleiner als $r_{pbis} = .20$ ausfallen. Die Lösungsraten liegen für diese beiden Items messzeitpunktübergreifend bei über 98 %. Eine tabellarische Übersicht mit Angaben zur Schwierigkeit und Trennschärfe aller Aufgaben von „Mathea 3-4“ befindet sich im Anhang B auf Seite 36ff.

Im Rasch-Modell ist es möglich, Item- und Personenparameter auf derselben Skala abzubilden. Dadurch kann die Angemessenheit des Schwierigkeitsgrades der entwickelten Aufgaben eingeschätzt werden. Die Person-Item-Maps (s. Abbildung 6) zeigen die Personenparameter als Histogramme sowie die gegenübergestellten Itemparameter. Es wird deutlich, dass sich der Messbereich der Items weitgehend mit den Personenparametern deckt. Lediglich für sehr leistungsstarke Kinder fehlen dem Leistungsstand entsprechende Items (bei einer Durchführung als Powertest, d. h. ohne Beschränkung der Bearbeitungszeit). Dies gilt beim Divisions-CBM analog für Items im unteren Leistungsbereich.

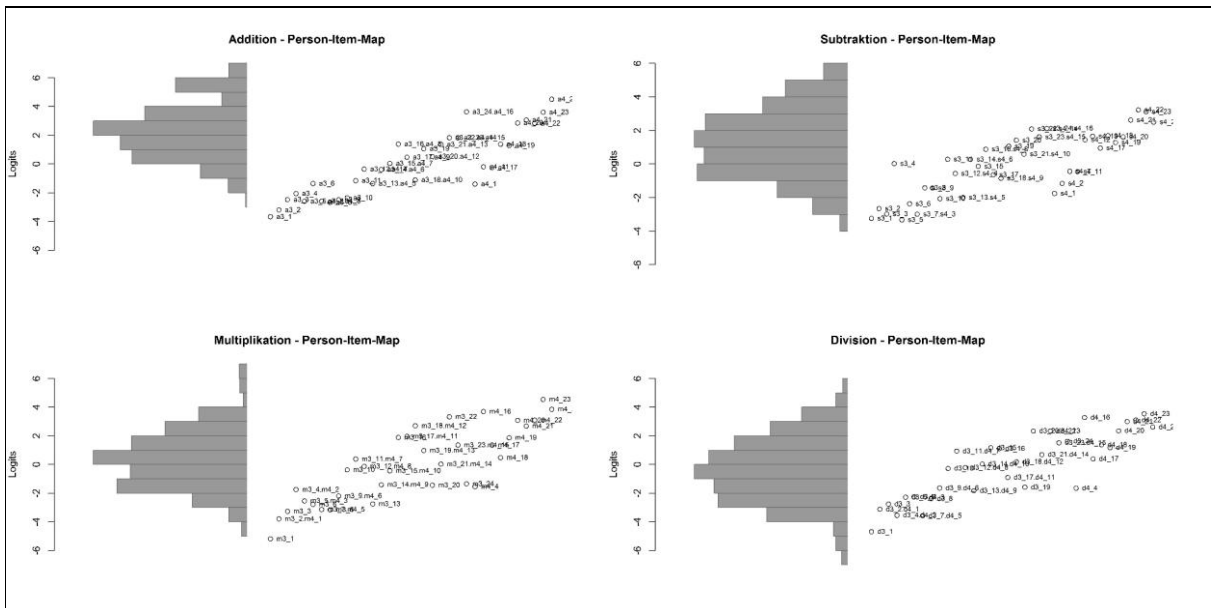


Abbildung 6: Person-Item-Maps der Mathea-CBM

4.2 Reliabilität

Weil in der Gesamtstichprobe jeweils zu Beginn, zur Mitte und zum Ende eines jeden Schuljahres die Bearbeitungszeit der CBM in der Gesamtstichprobe nicht begrenzt wurde, konnte Cronbachs α (Cronbach, 1951) zur Schätzung der Zuverlässigkeit der vier Mathea-CBM im Sinne der Internen Konsistenz ermittelt werden (Rost, 2004). Die Alphakoeffizienten liegen zwischen $\alpha = .84$ und $\alpha = .92$, was für die Homogenität der Verfahren spricht (s. Tabelle 6).

Für die Teilstichprobe 1 von 152 Kindern wurden zudem Korrelationen (Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann, 2014) der jeweils aufeinanderfolgenden monatlichen Testzeitpunkte als Maß für die Stabilität der Messungen im Sinne der Retest-Reliabilität berechnet (Schermelleh-Engel & Werner, 2012). Die Korrelationen wurden einem Signifikanztest unterzogen. Gemäß der gängigen Konvention sollten die Zusammenhänge mindestens auf dem Niveau $\alpha = .05$ signifikant sein (ebd.). Wenn diese Bedingung erfüllt war, wurde die Höhe der Korrelation anhand der Klassifikation von Cohen (1988) eingeschätzt. Mit $r > .70$ fallen die Korrelationskoeffizienten durchweg hoch aus (s. Tabelle 6).

Tabelle 6: Cronbachs α in der Gesamtstichprobe und Korrelationen der CBM-Daten zweier aufeinanderfolgender monatlicher Messzeitpunkte in der Teilstichprobe 1

	Cronbachs α \emptyset (min - max)	Korrelation aufeinanderfolgender MZP in Klasse 3 \emptyset (min - max)	Korrelation aufeinanderfolgender MZP in Klasse 4 \emptyset (min - max)
Mathea 3-4 AD	$\alpha = .86$ (.84 - .88)	$r = .77^{**}$ (.74 - .80)	$r = .76^{**}$ (.70 - .83)
Mathea 3-4 SU	$\alpha = .91$ (.89 - .92)	$r = .79^{**}$ (.72 - .85)	$r = .83^{**}$ (.80 - .86)
Mathea 3-4 MU	$\alpha = .89$ (.85 - .91)	$r = .78^{**}$ (.73 - .82)	$r = .79^{**}$ (.77 - .82)
Mathea 3-4 DI	$\alpha = .90$ (.89 - .91)	$r = .78^{**}$ (.73 - .83)	$r = .81^{**}$ (.79 - .83)

Anmerkungen: MZP – Messzeitpunkt, AD – Addition, SU – Subtraktion, MU – Multiplikation, DI – Division

4.3 Validität

4.3.1 Konstruktvalidität

Zur Einschätzung der Konstruktvalidität wurden Interkorrelationen der vier Mathea-CBM berechnet, zudem hat die Teilstichprobe 2 (N = 69) jeweils zur Mitte und zum Ende der Schuljahre den Mathematik- und Deutschtest des KEKS-Diagnosekonzepts (May & Bennöhr, 2013) bearbeitet. Werden diese Ergebnisse mit zeitgleich eingesetzten CBM-Testzeitpunkten korreliert, können Einschätzungen der Konstruktvalidität vorgenommen werden. Das Analyseverfahren ist analog dem im vorherigen Abschnitt 4.2 beschriebenen.

Die Interkorrelationen der vier CBM Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division über die drei Messzeitpunkte je Schuljahr (Gesamtstichprobe) variieren in einem Bereich zwischen $r = .55$ und $r = .85$ bei einem Mittelwert von $r = .75$. Erwartungskonform sind demnach hohe Zusammenhänge zwischen den Ergebnissen der einzelnen CBM festzuhalten.

Die Korrelationen mit den konstrukt nahen Verfahren (KEKS-Mathematiktests) fallen ebenso hoch aus ($r \geq .50$) und höher als die Zusammenhangsmaße mit den konstruktfernen Deutschtests. Allerdings ergeben sich jedoch zum Teil auch zwischen den CBM-Ergebnissen und den Deutsch-Werten im KEKS 3 hohe Korrelationen (bis $r = .53$).

Tabelle 7: Korrelationen der Mathea-CBM mit den Außenkriterien

	Außenkriterium	CBM AD	CBM SU	CBM MU	CBM DI
Anfang Klasse 3	KEKS 3 Mathe	.63** N = 62	.66** N = 62	.55** N = 62	.70** N = 62
	KEKS 3 Deutsch	.53** N = 63	.34** N = 63	.42** N = 63	.49** N = 63
Mitte Klasse 3	KEKS 3 Mathe	.60** N = 67	.67** N = 67	.61** N = 69	.68** N = 69
	KEKS 3 Deutsch	.52** N = 63	.45** N = 63	.50** N = 65	.40** N = 65
Anfang Klasse 4	KEKS 4 Mathe	.64** N = 68	.59** N = 68	.58** N = 67	.59** N = 67
	KEKS 4 Deutsch	.31* N = 66	.40** N = 66	.47** N = 65	.39** N = 65
Mitte Klasse 4	KEKS 4 Mathe	.59** N = 50	.71** N = 50	.80** N = 50	.80** N = 50
	KEKS 4 Deutsch	.44** N = 50	.30* N = 50	.34* N = 50	.30* N = 50

Anmerkungen: AD – Addition, SU – Subtraktion, MU – Multiplikation, DI – Division, * – $p < .05$; ** – $p < .01$

4.3.2 Prognostische Validität

Zur Einschätzung der prognostischen Validität der CBM wurden die Mittelwerte der ersten drei Messungen (8., 12. und 16. Schulwoche) der Teilstichprobe 2 in Klasse 3 gebildet und mit den zeitlich versetzt erhobenen Mathematikleistungen im KEKS-Test zu Beginn und zur Mitte der vierten Klasse korreliert (s. Tabelle 8). Das Analyseverfahren ist analog dem im Abschnitt 4.2 beschriebenen. Insgesamt sind eher hohe, zumindest aber mittlere Zusammenhänge zu verzeichnen. Auffällig ist, dass die Zusammenhangsmaße zwischen den CBM und

den zur Mitte des vierten Schuljahres erhobenen Mathematikleistungen höher ausfallen (r zwischen .52 und .67) als mit denen zu Beginn des vierten Schuljahres (r zwischen .38 und .56).

Tabelle 8: Korrelationen der Mittelwerte der ersten drei CBM-Werte in Klasse 3 mit später eingesetzten Außenkriterien

Außenkriterium	CBM AD	CBM SU	CBM MU	CBM DI
KEKS 4 Mathematik Anfang	.38** N = 68	.52** N = 68	.44** N = 68	.56** N = 68
KEKS 4 Mathematik Mitte	.52** N = 63	.63** N = 63	.52** N = 63	.67** N = 63

Anmerkungen: AD – Addition, SU – Subtraktion, MU – Multiplikation, DI – Division, ** – $p < .01$

4.4 Änderungssensitivität

Die Analyse der Änderungssensitivität erfolgt auf Grundlage hierarchisch-linearer Modelle (HLM; Bryk & Raudenbush, 1992) der CBM-Daten der Teilstichprobe 1 (Level 2) über die Zeit (Level 1). Es werden getrennte Modelle für jedes CBM und Schuljahr berechnet (s. Tabelle 9). Der Zeitfaktor ist auf den ersten Messzeitpunkt, jeweils in der achten Schulwoche, zentriert, wodurch der Intercept als Leistungsniveau zu Beginn eines Schuljahres interpretiert werden kann. Die Slopes weisen den Leistungsanstieg als CBM-Rohwert über eine Schulwoche aus. Die Ergebnisse der HLM weisen zu Beginn der Schuljahre durchschnittliche CBM-Werte von $\beta_{00} = 6.95$ bis $\beta_{00} = 15.17$ (Klasse 3; jeweils $p < .001$) bzw. $\beta_{00} = 9.31$ bis $\beta_{00} = 15.19$ (Klasse 4; jeweils $p < .001$) aus. Die höchsten Summenscores werden jeweils hinsichtlich der Addition erzielt, es folgen die der Subtraktion, Multiplikation und Division.

Zur Einschätzung der Änderungssensitivität sind insbesondere die mittleren Anstiege der CBM-Daten über die Zeit von Bedeutung. Aus den HLM resultieren durchschnittliche Steigungskoeffizienten von $\beta_{10} = 0.10$ bis $\beta_{10} = 0.14$ je Schulwoche für Klasse 3 (jeweils $p < .001$) bzw. $\beta_{10} = 0.07$ bis $\beta_{10} = 0.12$ je Schulwoche für Klasse 4 (jeweils $p < .001$). Das bedeutet, dass im Mittel – je nach CBM – nach 7 bis 14 Schulwochen von einem durchschnittlichen Anstieg von einem Rohwertpunkt ausgegangen werden kann.

Die Zufallseffekte weisen für alle CBM weitere schülerspezifische Unterschiede im Niveau und Anstieg der CBM-Daten aus, die im Rahmen der gerechneten Modelle nicht erklärt werden konnten.

Tabelle 9: Ergebnisse der random-coefficient-Modelle zur Analyse der CBM-Daten über die Zeit (Teilstichprobe 1)

		CBM Klasse 3			CBM Klasse 4		
Feste Effekte		Koeff (SE)	t	df	Koeff (SE)	t	df
Modelle für die intercepts							
Niveau, β_{00}	AD	15.17 (0.36)***	42.49	151	15.19 (0.35)***	42.45	151
	SU	11.52 (0.40)***	28.73	151	11.69 (0.43)***	27.10	151
	MU	9.81 (0.33)***	29.68	151	10.78 (0.32)***	34.10	151
	DI	6.95 (0.34)***	20.72	151	9.31 (0.37)***	25.55	151
Modelle für die slopes							
Anstieg, β_{10}	AD	0.11 (0.01)***	11.32	151	0.07 (0.01)***	7.25	151
	SU	0.13 (0.01)***	12.50	151	0.10 (0.01)***	9.85	151
	MU	0.14 (0.01)***	14.93	151	0.12 (0.01)***	14.61	151
	DI	0.10 (0.01)***	10.52	151	0.12 (0.01)***	14.10	151
Zufallseffekte							
Niveau u_{0i}		Var	χ^2	df	Var	χ^2	df
	AD	17.36***	1380.95	151	16.61***	1359.48	151
	SU	22.15***	1499.10	151	25.89***	1782.95	151
	MU	14.35***	1068.05	151	13.36***	1198.27	151
Anstieg u_{1i}	AD	0.006***	285.02	151	0.008***	302.03	151
	SU	0.008***	296.90	151	0.077***	260.63	151
	MU	0.005***	230.92	151	0.003**	208.80	151
	DI	0.004***	231.11	151	0.004***	232.25	151
Level-1-Fehler e_{ij}	AD	4.72			4.45		
	SU	5.44			5.14		
	MU	5.12			4.10		
	DI	5.69			4.61		
Devianz (df)	AD		5129.56 (4)			4660.65 (4)	
	SU		5128.97 (4)			4833.40 (4)	
	MU		4988.48 (4)			4533.87 (4)	
	DI		5177.65 (4)			4684.89 (4)	

 Anmerkungen: ** - $p < .01$; *** - $p < .001$

Nach Tymms (2004) können durch Verrechnung der in den HLM berichteten slopes bzw. deren Standardfehler mit dem Level-1-Fehler Effektstärkenintervalle für diese Koeffizienten ermittelt werden, die wie Cohens d (Cohen, 1988) interpretierbar sind. Hochgerechnet auf ein Schuljahr mit 40 Schulwochen ergeben sich in den Daten folgende Effektstärkenintervalle für die einzelnen CBM und Schuljahre:

- Addition Klasse 3: $d = 0.93 \pm 0.08$
- Subtraktion Klasse 3: $d = 0.95 \pm 0.07$
- Multiplikation Klasse 3: $d = 1.09 \pm 0.07$

- Division Klasse 3: $d = 0.70 \pm 0.07$
- Addition Klasse 4: $d = 0.62 \pm 0.08$
- Subtraktion Klasse 4: $d = 0.77 \pm 0.07$
- Multiplikation Klasse 4: $d = 1.17 \pm 0.09$
- Division Klasse 4: $d = 1.04 \pm 0.08$

Zwar werden individuelle Differenzen in der Entwicklung der Kinder im Rahmen der hierarchisch-linearen Modellierung berücksichtigt, die oben berichteten Werte beziehen sich jedoch jeweils auf die Gruppe der Kinder der Teilstichprobe 1 als Gesamtes. Um differenziertere Aussagen zu den individuellen Lernverläufen treffen zu können, wurden exemplarisch für den Bereich Addition drei Kinder im Einzelfall analysiert (s. Abbildung 7). Hier zeigt sich die bereits bei Strathmann und Klauer (2010) bzw. Klauer (2011) berichtete Spannweite an verschiedenen Leistungsverläufen. So weist Fall 1 einen relativ hohen vierwöchentlichen Anstieg der CBM-Werte im dritten Schuljahr auf, welcher im vierten Schuljahr zu einem leicht negativen Wert umkehrt. Im Fall 2 liegt der Anstieg der Leistung im Laufe der dritten Klasse nahe Null, in der vierten Klasse ist hier jedoch ein höherer Leistungsanstieg zu verzeichnen. Fall 3 weist einen Deckeneffekt über die gesamte Untersuchungszeit auf. Dieses Kind erzielt bereits jeweils zum Start der Schuljahre Ergebnisse nahe oder gleich der Maximalpunktzahl der CBM.

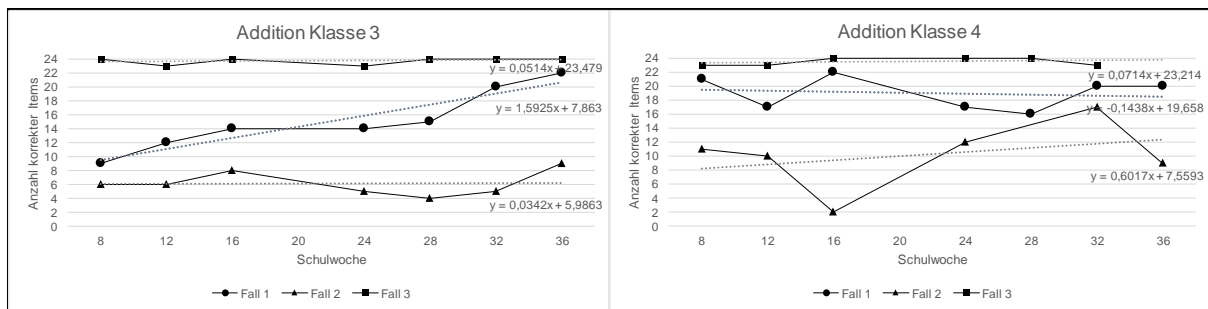


Abbildung 7: Datenverlauf im Einzelfall am Beispiel Addition in Klasse 3 und 4

5 Literaturverzeichnis

- Binder, C. (1996). Behavioral fluency: Evolution of a new paradigm. *Behavior Analyst*, 19, 163-197.
- Bond, T. G. & Fox, C. M. (2015). *Applying the Rasch model: Fundamental measurement in the human sciences* (3rd ed.). New York & London: Routledge.
- Bos, W., Bensen, M., Baumert, J., Prenzel, M., Selter, C. & Walther, G. (Hrsg.) (2008). *TIMSS 2007. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Bos, W., Lankes, E.M., Prenzel, M., Schwippert, K., Walther, G. & Valtin, R. (Hrsg.) (2003). *Erste Ergebnisse aus IGLU. Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Bos, W., Wendt, H., Köller, O. & Selter, C. (Hrsg.) (2012). *TIMSS 2011. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich*. Münster: Waxmann.
- Bryk, A. S. & Raudenbush, S. W. (1992). *Hierarchical linear models: Applications and data analysis methods*. Newbury Park: Sage.
- Calhoun, M. B., Emerson, R. W., Flores, M., & Houchins, D. E. (2007). Computational fluency performance profile of high school students with mathematics disabilities. *Remedial and Special Education*, 28, 292-303.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale: Erlbaum.
- Cronbach, L.J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16, 297-334.
- Dilling H., Mombour, W. & Schmidt, M.H. (2011). *Internationale Klassifikation psychischer Störungen. ICD-10 Kapitel 5 (F). Klinisch-diagnostische Leitlinien*. Bern: Huber.
- Foegen, A., & Deno, S. L. (2001). Identifying growth indicators for low-achieving students. *The Journal of Special Education*, 35 (1), 4-16.
- Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Kalkulie. Handreichung zur Durchführung einer Diagnose*. Berlin: Cornelsen.
- Gaidoschik, M. (2011). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern*. 6. Auflage. Hamburg: Persen.
- Garnett, K. & Fleischner, J. E. (1983). Automatization and Basic Fact Performance of Normal and Learning Disabled Children. *Learning Disability Quarterly*, 6 (2), 223-230.
- Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37 (1), 4-15.
- Gersten, R., Jordan, N. & Flojo, J. R. (2005). Early Identification and Interventions for Students With Mathematics Difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 38 (4), 293-304.
- Gojak, L. M. (2012). *Fluency: Simply Fast and Accurate? I Think Not!* Abruf am 29.4.20. Online verfügbar unter: https://www.nctm.org/News-and-Calendar/Messages-from-the-President/Archive/Linda-M_Gojak/Fluency_-_Simply-Fast-and-Accurate_-_I-Think-Not!
- Grassmann, M., Eichler, K.-P., Mirwald, E. & Nitsch, B. (2014). *Mathematikunterricht. Kompetent im Unterricht der Grundschule*. 3. korrigierte und veränderte Auflage. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

- Hartke, B. & Diehl, K. (2013). *Schulische Prävention im Bereich Lernen. Problemlösungen mit dem RTI-Ansatz*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Hartmann, E. & Müller, C. (2014). *Lernfortschrittsdiagnostik: Grundrechenarten*. Hornburg: Persen.
- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2014). *Anfangsunterricht Mathematik. 3., überarbeitete und erweiterte Auflage*. Berlin: Springer.
- Hasselhorn, M., Marx, H. & Schneider, W. (Hrsg.) (2005). *Diagnostik von Mathematikleistungen. Tests und Trends N.F. Bd. 4*. Göttingen: Hogrefe.
- Heine, J.-H. (2014). *pairwise: Rasch Model Parameters by Pairwise Algorithm* [Computer software]. Munich. Abruf am 28.5.17. Online verfügbar unter <http://cran.r-project.org/web/packages/pairwise/index.html> (R package version 0.4.1).
- Hudson, R., Lane, H., & Pullen, P. (2005). Reading fluency assessment and instruction: What, why, and how? *The Reading Teacher*, 58 (8), 702-714.
- Jacobs, C. & Petermann, F. (2012). *Diagnostik von Rechenstörungen. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage*. Göttingen: Hogrefe.
- Jordan, N., Hanich, L. & Kaplan, D. (2003). Arithmetic fact mastery in young children: A longitudinal investigation. *Journal Experimental Child Psychology*, 85, 103-119.
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Berlin: Springer.
- Klauer, K.J. (1987). *Kriteriumsorientierte Tests*. Göttingen: Hogrefe.
- Klauer, K.J. (2011). Lernverlaufsdiagnostik – Konzept, Schwierigkeiten und Möglichkeiten. *Empirische Sonderpädagogik*, 3, 207-224.
- Koch, K. (2005). Probleme im Bereich des mathematischen Lernens. In S. Ellinger & M.C. Wittrock (Hrsg.), *Sonderpädagogik in der Regelschule. Konzepte, Forschung, Praxis* (S. 279-298). Stuttgart: Kohlhammer.
- Koch, K. & Knopp, E. (2010). Mathematisches Lernen. In B. Hartke, K. Koch & K. Diehl (Hrsg.), *Förderung in der schulischen Eingangsstufe* (S. 91-118). Stuttgart: Kohlhammer.
- Krajewski, K. (2003): *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Dr. Kovač.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007). *Einführung in die Mathematikdidaktik* (3. Aufl.). München: Elsevier.
- Kultusministerkonferenz (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München: Luchterhand.
- Küspert, P. & Schneider, W. (1998). *Würzburger Leise Leseprobe. WLLP*. Göttingen: Hogrefe.
- Lambert, K. (2015). *Rechenschwäche. Grundlagen, Diagnostik und Förderung*. Göttingen: Hogrefe.
- Landerl, K. & Kaufmann, L. (2008). *Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention*. München: Reinhardt.
- Linacre, J.M. (2002). What do Infit and Outfit, Mean-square and Standardized mean? *Rasch Measurement Transactions*, 16 (2), 878. Abruf am 28.4.20. Online verfügbar unter: <http://www.rasch.org/rmt/rmt162f.htm>
- Lorenz, J.H. (2005). *Lernschwache Rechner fördern. 2. Auflage*. Berlin: Cornelsen.
- Lorenz, J.H. (2014). Rechenschwäche. In G.W. Lauth, M. Grünke & J.C. Brunstein (Hrsg.), *Interventionen bei Lernstörungen. 2., überarbeitete und erweiterte Auflage* (S. 43-55). Göttingen: Hogrefe.

- May, P. & Bennöhr, J. (2013). *Kompetenzerfassung in Kindergarten und Schule (KEKS). Handbuch*. Berlin: Cornelsen.
- May, P., Bennöhr, J. & Berger, C. (2014). Lernentwicklungsmonitoring mit KEKS. In M. Hasselhorn, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Lernverlaufdiagnostik. Tests und Trends, N.F. Bd. 12* (S. 257-280). Göttingen: Hogrefe.
- Moser Opitz, E. (2004). Dyskalkulie: Krankheit, Erfindung, Mythos, Etikett ... ? Auseinandersetzung mit einem geläufigen, aber ungeklärten Begriff. *Vierteljahrszeitschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 72, 179-190.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Institute of Child Health and Human Development. (2000). *Report of the National Reading Panel. Teaching children to read: An evidence-based assessment of the scientific research literature on reading and its implications for reading instruction*. Washington, DC: U.S. Government Printing Office.
- National Mathematics Advisory Panel (2008). *The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Abruf am 28.4.20. Online verfügbar unter: <https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>
- R Core Team (2013). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Abruf am 28.4.20. Online verfügbar unter: <http://www.R-project.org/>
- Rasch, G. (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Copenhagen: Nielsen & Lydiche.
- Rost, J. (2004). *Lehrbuch Testtheorie – Testkonstruktion. 2. vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage*. Bern: Huber.
- Russell, S. J. (2000). Developing Computational Fluency with Whole Numbers in the Elementary Grades. *New England Mathematics Journal*, 32 (2), 40-54.
- Schermelleh-Engel, K. & Werner, C.S. (2012). Methoden der Reliabilitätsbestimmung. In H. Moosbrugger & A. Kelava (Hrsg.), *Testtheorie und Fragebogenkonstruktion. 2., aktualisierte und überarbeitete Auflage* (S. 119-142). Berlin: Springer.
- Schipper, W. (2009). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Braunschweig: Schroedel.
- Schneider, W. Blanke, I., Faust, V. & Küspert, P. (2011). *Würzburger Leise Leseprobe – Revision (WLLP-R)*. Göttingen: Hogrefe.
- Selter, C., Walter, D., Walther, G. & Wendt, H. (2016). Mathematische Kompetenzen im internationalen Vergleich: Testkonzeption und Ergebnisse. In H. Wendt, W. Bos, C. Selter, O. Köller, K. Schwippert & D. Kasper (Hrsg.), *TIMSS 2015. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich* (S. 79-136). Münster: Waxmann.
- Sikora, S. & Voß, S. (2018). *Mathematikunterricht in der inklusiven Grundschule*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Stanovich, K. E. (1991). Word recognition: Changing perspectives. In R. Barr, M. L. Kamil, P. Mosenthal, & P. D. Pearson (Hrsg.), *Handbook of reading research* (Band 2, S. 418-452). New York: Longman.
- Strathmann, A. M. & Klauer, K. J. (2010). Lernverlaufdiagnostik: Ein Ansatz zur längerfristigen Lernfortschrittsmessung. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 42, 111-122.

- Strathmann, A. M. & Klauer, K. J. (2012). *Lernverlaufsdagnostik – Mathematik für zweite bis vierte Klassen (LVD-M 2-4)*. Göttingen: Hogrefe.
- Thurber R., Shinn M. & Smolkowski K. (2002). What is Measured in Mathematics Tests? Construct Validity of Curriculum-Based Mathematics Measures. *School Psychology Review*, 31 (4), 498-513.
- Tymms, P. (2004). Effect sizes in multilevel models. In I. Schagen & K. Elliot (Eds.), *But what does it mean? The use of effect sizes in educational research* (S. 55-66). Slough: National Foundation for Educational Research.
- VanDerHeyden, A.M. & Burns, M.K. (2008). Examination of the Utility of Various Measures of Mathematics Proficiency. *Assessment for Effective Intervention*, 33 (4), 215-224.
- Von Aster, M., Schweiter, M. & Weinhold Zulauf, M. (2007). Rechenstörungen bei Kindern. Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 39, 85-96.
- Voß, S. (2016). Rechengeschwindigkeit, -präzision oder -flüssigkeit? Zur Vorhersage und Förderung der Rechenleistungen von Erstklässlern. *Heilpädagogische Forschung*, 42 (1), 13-24.
- Wilbert, J. (2014). Instrumente zur Lernverlaufsmessung: Gütekriterien und Auswertungsherausforderungen. In M. Hasselhorn, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Lernverlaufsdagnostik* (Tests und Trends, N.F. Bd. 12, S. 281-308). Göttingen: Hogrefe.
- Wilbert, J. & Linnemann, M. (2011). Kriterien zur Analyse eines Tests zur Lernverlaufsdagnostik. *Empirische Sonderpädagogik*, 3, 225-242.
- Winkelmann, H., Robitzsch, A., Stanat, P. & Köller, O. (2012). Mathematische Kompetenzen in der Grundschule. Struktur, Validierung und Zusammenspiel mit allgemeinen kognitiven Fähigkeiten. *Diagnostica*, 58, 15-30.

6 Anhang

Anhang A: Niveaustufen von „Mathea 3-4“

Mathea 3-4 Addition

	Aufgabenstruktur	Beispiel	Über- gänge	erster	zweiter	erster	zweiter	erster	zweiter	Mathea 3 Item	Mathea 4 Item
				Summand größer $a + b = _$	Summand größer $a + b = _$	Summand größer $a + _ = c$	Summand größer $a + _ = c$	Summand größer $_ + b = c$	Summand größer $_ + b = c$		
Zahlenraum 20	$E + ZE = ZE$	$6 + 12 = _$	0		X					1	
	$E + E = ZE$	$9 + 6 = _$	1	X						2	
	$E + ZE = ZE$	$5 + _ = 18$	0				X			3	
	$E + E = ZE$	$_ + 5 = 14$	1					X		4	
Zahlenraum 100	$ZE + Z = ZE$	$21 + 30 = _$	0		X						1
	$ZE + E = ZE$	$33 + 4 = _$	0	X							2
	$ZE + E = ZE$	$45 + 7 = _$	1	X						5	
	$E + ZE = ZE$	$8 + 36 = _$	1		X					6	
	$Z + Z = Z$	$30 + _ = 50$	0				X			7	3
	$Z + Z = H$	$_ + 90 = 100$	0					X	X	8	
	$ZE + Z = ZE$	$57 + 40 = _$	0	X						9	
	$Z + ZE = ZE$	$20 + 48 = _$	0		X					10	
	$ZE + Z = ZE$	$36 + _ = 56$	0				X			11	
	$ZE + E = ZE$	$_ + 8 = 61$	1					X		12	4
	$ZE + ZE = ZE$	$33 + 24 = _$	0	X						13	5
	$ZE + ZE = ZE$	$17 + 76 = _$	1		X					14	6
	$ZE + ZE = ZE$	$21 + _ = 65$	0					X		15	7
	$ZE + ZE = ZE$	$_ + 56 = 84$	1						X	16	8

Zahlenraum 1 000	$ZE + Z = HZE$	$87 + 30 = \underline{\quad}$	1	X		17	9
	$HZ + H = HZ$	$350 + 400 = \underline{\quad}$	0		X	18	10
	$HZ + H = HZ$	$540 + \underline{\quad} = 840$	0			X	11
	$HZ + Z = HZ$	$750 + \underline{\quad} = 820$	1			X	19
	$HZ + HZ = HZ$	$\underline{\quad} + 520 = 860$	0			X	20
	$HZE + HZ = HZ$	$457 + 360 = \underline{\quad}$	1	X			21
	$HZE + HZE = HZE$	$334 + 587 = \underline{\quad}$	2		X		22
	$HZ + HZ = HZ$	$250 + \underline{\quad} = 640$	1			X	23
	$HZE + HZE = HZE$	$\underline{\quad} + 548 = 821$	2			X	24
	Zahlenraum 100 000	$T + TH = TH$	$4000 + 2700 = \underline{\quad}$	0	X		
$HZ + H = THZ$		$670 + 800 = \underline{\quad}$	1		X		18
$TH + TH = TH$		$5200 + \underline{\quad} = 7900$	0			X	19
$TH + TH = ZtTH$		$\underline{\quad} + 3200 = 11300$	1			X	20
$ZtTH + THZ = ZtTHZ$		$26900 + 2350 = \underline{\quad}$	1	X			21
$ZtTH + ZtTH = ZtTH$		$29700 + 52400 = \underline{\quad}$	2		X		22
$ZtH + H = ZtH$		$79700 + \underline{\quad} = 80300$	2			X	23
$ZtTH + ZtTH = ZtTH$		$\underline{\quad} + 33500 = 81200$	2			X	24

Mathea 3-4 Subtraktion

	Aufgabenstruktur	Beispiel	Über- gänge	kein Platzhalter $a - b = _$	Platzhalter Subtrahend $a - _ = c$	Platzhalter Minuend $_ + b = c$	Mathea 3 Item	Mathea 4 Item
Zahlenraum 20	ZE - E = ZE	$19 - 3 = _$	0	X			1	
	ZE - E = E	$13 - 5 = _$	1	X			2	
	ZE - E = ZE	$17 - _ = 11$	0		X		3	
	ZE - E = E	$_ - 7 = 7$	1			X	4	
Zahlenraum 100	Z - Z = Z	$80 - 20 = _$	0	X			5	
	ZE - E = ZE	$79 - 6 = _$	0	X			6	
	ZE - Z = ZE	$35 - 10 = _$	0	X				1
	ZE - E = ZE	$84 - 8 = _$	1	X				2
	Z - Z = Z	$60 - _ = 50$	0		X		7	3
	ZE - E = ZE	$_ - 3 = 32$	0			X	8	
	ZE - E = ZE	$44 - 8 = _$	1	X			9	
	ZE - Z = ZE	$55 - 30 = _$	0	X			10	
	Z - ZE = ZE	$80 - _ = 42$	0		X		11	
	ZE - E = ZE	$_ - 8 = 34$	1			X	12	4
	ZE - ZE = E	$49 - 41 = _$	0	X			13	5
	ZE - ZE = E	$77 - 68 = _$	1	X			14	6
	ZE - ZE = E	$59 - _ = 4$	0		X			7
	ZE - ZE = ZE	$48 - _ = 12$	0		X		15	
	ZE - ZE = ZE	$_ - 29 = 14$	1			X	16	8

Zahlenraum 1 000	H - Z = HZ	700 - 50 = __	0	X		17	
	HZ - H = HZ	850 - 200 = __	0	X		18	9
	H - HZ = HZ	900 - __ = 560	0		X	19	
	HZE - ZE = HZE	__ - 62 = 467	1			X	20
	HZE - Z = ZE	126 - 70 = __	1	X		21	10
	HZ - H = HZ	940 - __ = 240	0		X		11
	HZ - HZ = HZ	__ - 270 = 180	1			X	12
	HZE - HZ = HZE	457 - 260 = __	1	X			13
	HZE - HZ = HZE	654 - 460 = __	1	X		22	14
	HZ - HZ = HZ	620 - __ = 490	1		X	23	15
HZE - HZE = HZE	__ - 335 = 289	2			X	24	16
Zahlenraum 100 000	TH - H = TH	4300 - 900 = __	1	X			17
	THZ - H = HZ	1450 - 500 = __	1	X			18
	TH - TH = TH	3700 - __ = 2100	0		X		19
	THZ - TH = THZ	__ - 1400 = 3450	0			X	20
	ZtTH - TH = ZtTH	27500 - 6600 = __	1	X			21
	ZtTH - ZtTH = ZtTH	44500 - 25600 = __	2	X			22
	ZtH - H = ZtH	40300 - __ = 39700	2		X		23
	<u>ZtTH</u> - TH = TH	__ - 4800 = 9100	1			X	24

Mathea 3-4 Multiplikation

	Aufgabenstruktur	Anmerkung	Beispiel	erster Faktor größer $a \cdot b = _$	zweiter Faktor größer $a \cdot b = _$	erster Faktor größer $a \cdot _ = c$	zweiter Faktor größer $a \cdot _ = c$	erster Faktor größer $_ \cdot b = c$	zweiter Faktor größer $_ \cdot b = c$	Mathea 3 Item	Mathea 4 Item
kleines Einmaleins	$E \cdot E = E / Z / ZE$	2, 10	$3 \cdot 2 = _$ $4 \cdot 10 = _$	X	X					1	
	$E \cdot E = ZE$	4, 8	$3 \cdot 4 = _$ $6 \cdot 8 = _$	X	X					2	1
	$E \cdot E = ZE$	3, 6, 9	$4 \cdot 3 = _$ $5 \cdot 6 = _$ $3 \cdot 9 = _$	X	X					3	
	$E \cdot E = ZE$	7	$3 \cdot 7 = _$	X	X					4	2
	$E \cdot E = E / ZE$	3, 6, 9	$3 \cdot _ = 6$			X	X			5	3
	$E \cdot E = E / Z / ZE$	5, Quadratzahlen	$_ \cdot 5 = 15$ $_ \cdot 7 = 49$					X	X	6	
	$E \cdot E = E / ZE$	7	$_ \cdot 4 = 28$					X	X		4
Zahlenraum 100	$Z \cdot E = Z$	Verdoppeln	$20 \cdot 2 = _$	X						7	5
	$E \cdot ZE = ZE$	Verdoppeln	$2 \cdot 23 = _$		X					8	
	$ZE \cdot E = ZE$ (mit Umkehraufgabe)	11, 12, 13	$12 \cdot 4 = _$	X	X					9	6
	$E \cdot ZE = ZE$	3, 4, 5, 6	$6 \cdot 16 = _$		X					10	
	$E \cdot ZE = ZE$	3, 4, 5	$2 \cdot _ = 36$				X			11	7
	$E \cdot ZE = ZE$	Verdoppeln	$_ \cdot 38 = 76$						X	12	8

Zahlenraum 1 000	E • H = H (mit Umkehraufgabe)	2 bis 9	$2 \cdot 300 = \underline{\quad}$	X	X		13	
	Z • Z = H	10	$10 \cdot 80 = \underline{\quad}$	X	X		14	9
	Z • E = HZ	20, 30, 40, 60	$20 \cdot 6 = \underline{\quad}$	X			15	10
	Z • ZE = HZ	20, 30	$20 \cdot 32 = \underline{\quad}$		X		16	
	Z • ZE = HZ	Einer < 5	$20 \cdot \underline{\quad} = 220$			X	17	11
	ZE • E = HZE	6, 7, 8, 9	$\underline{\quad} \cdot 9 = 117$			X	18	12
	HZ • E = HZ	3 bis 8	$120 \cdot 6 = \underline{\quad}$	X			19	13
	E • HE = HE	Verdoppeln	$2 \cdot 402 = \underline{\quad}$		X		20	
	HZE • E = HZE	3	$121 \cdot 3 = \underline{\quad}$	X			21	14
	ZE • ZE = HZE	12	$43 \cdot 12 = \underline{\quad}$	X			22	
	E • HZ = HZ	3, 4	$3 \cdot \underline{\quad} = 630$			X	23	15
	ZE • ZE = HZE	11, 12, 13	$\underline{\quad} \cdot 14 = 154$				X	16
	0 • ZHE = 0		$\underline{\quad} \cdot 947 = 0$				X	24
	1 • ZHE = ZHE		$\underline{\quad} \cdot 947 = 947$					
Zahlenraum 100 000	Z • Z = TH	40, 60, 70, 80, 90	$40 \cdot 30 = \underline{\quad}$		X			17
	H • Z = T	20, 30, 40	$200 \cdot 40 = \underline{\quad}$	X				18
	H • E = TH	300, 600, 900	$300 \cdot \underline{\quad} = 1200$			X		19
	HZ • Z = TH	20 bis 90	$\underline{\quad} \cdot 20 = 2200$				X	20
	E • HZ = THZ	6, 7, 8, 9	$6 \cdot 170 = \underline{\quad}$		X			21
	HZ • Z = TH	30, 40, 50, 60	$140 \cdot 30 = \underline{\quad}$	X				22
	HZ • E = THZE	6, 7, 8, 9	$170 \cdot \underline{\quad} = 1360$			X		23
	Z • HZE = THZ	20	$\underline{\quad} \cdot 335 = 6700$				X	24

Mathea 3-4 Division

	Aufgabenstruktur	Anmerkung	Beispiel	kein Platzhalter $a : b = _$	Platzhalter Divisor $a : _ = c$	Platzhalter Dividend $_ : b = c$	Mathea 3 Item	Mathea 4 Item	
kleines Einsdurcheins	ZE : E = E Z : Z = E E : E = E Z : E = E	2, 10	12 : 2 = $_$ 50 : 10 = $_$ 8 : 2 = $_$ 10 : 2 = $_$		X		1		
	ZE : E = E	4, 8	12 : 4 = $_$ 24 : 8 = $_$		X		2	1	
	ZE : E = E	3, 6, 9	27 : 9 = $_$		X		3		
	ZE : E = E	7	21 : 7 = $_$		X		4	2	
	ZE : E = E	3, 6, 9	18 : $_ = 3$			X	5	3	
	ZE : E = E Z : E = E E : E = E	5, Quadratzahlen	$_ : 5 = 5$ $_ : 5 = 2$ $_ : 3 = 3$				X	6	
	ZE : E = E	7	$_ : 7 = 6$				X		4
	Zahlenraum 100	Z : E = Z	Halbieren	40 : 2 = $_$		X		7	5
ZE : E = ZE		Halbieren	82 : 2 = $_$		X		8		
ZE : E = ZE		großes Einsdurcheins	36 : 3 = $_$		X		9	6	
ZE : ZE = E		12, 13, 15	65 : 15 = $_$		X		10		
ZE : E = ZE		3, 4, 5, 6	52 : $_ = 13$			X	11		
ZE : ZE = E		1	48 : $_ = 1$			X		7	
ZE : E = ZE		3, 4	$_ : 3 = 23$				X	12	8

Zahlenraum 1 000	H : Z = Z	10 bis 90	$300 : 30 = \underline{\quad}$	X		13	9	
	HZ : Z = E	20, 30, 40, 60	$120 : 20 = \underline{\quad}$	X		14	10	
	HZ : E = HZ	Halbieren, Zehner ungerade	$750 : 2 = \underline{\quad}$	X		15		
	HZ : Z = ZE	20	$460 : 20 = \underline{\quad}$	X		16		
	HZE : E = HZE	1	$468 : \underline{\quad} = 468$		X	17	11	
	HZ : Z = E	50	$\underline{\quad} : 50 = 6$			X	18	12
	HE : E = HE	Halbieren	$202 : 2 = \underline{\quad}$	X		19		
	HZ : E = HZ	3 bis 8	$980 : 7 = \underline{\quad}$	X		20	13	
	HZE : E = HZE	3	$369 : 3 = \underline{\quad}$	X		21	14	
	HZE : ZE = ZE	11, 12, 13, 14	$196 : 14 = \underline{\quad}$	X		22		
	HZ : E = HZ	2, 3, 4	$810 : \underline{\quad} = 270$		X	23	15	
	HZE : E = ZE	6, 7, 8, 9	$\underline{\quad} : 6 = 17$			X	24	
	HZE : ZE = ZE	21, 22, 23, 24	$\underline{\quad} : 24 = 12$			X		16
Zahlenraum 100 000	T : H = Z	100 bis 900	$6000 : 300 = \underline{\quad}$	X			17	
	TH : Z = Z	Ableitungen Einsdurchheins	$2400 : 60 = \underline{\quad}$	X			18	
	TH : H = E	3, 6, 9	$1800 : \underline{\quad} = 6$		X		19	
	TH : Z = HZ	110, 120, 130, 140	$\underline{\quad} : 30 = 110$			X	20	
	THZ : E = HZ	6, 7, 8, 9	$1020 : 6 = \underline{\quad}$	X			21	
	TH : Z = HZ	30, 40, 50	$5700 : 30 = \underline{\quad}$	X			22	
	THZ : E = HZ	120 bis 190	$1120 : \underline{\quad} = 160$		X		23	
	TH : HZE = Z	20	$\underline{\quad} : 215 = 20$			X		24

Anhang B: Itemkennwerte der Rasch-Analyse

Mathea 3-4 Addition

Mathea 3 Addition	Mathea 4 Addition	N	Itemparameter (WLE)	Trennschärfe r_{pbis}	Infit
1		1136	-3.67	0.13	0.93
2		1136	-3.20	0.12	0.86
3		1136	-2.47	0.31	1.06
4		1136	-2.05	0.29	1.05
5	2	2125	-2.59	0.20	0.99
6		1136	-1.36	0.31	1.17
7	3	2125	-2.59	0.24	0.90
8		1136	-2.67	0.21	0.96
9		1136	-2.49	0.30	0.88
10		1136	-2.35	0.28	0.87
11		1136	-1.16	0.50	1.06
12	4	2125	-0.36	0.46	1.10
13	5	2125	-1.36	0.32	0.95
14	6	2125	-0.39	0.45	1.11
15	7	2125	0.04	0.55	1.02
16	8	2125	1.38	0.65	1.01
17	9	2125	0.47	0.56	1.10
18	10	2125	-1.11	0.47	1.04
19		1136	1.06	0.72	0.85
20	12	2125	0.52	0.62	0.98
21	13	2125	1.36	0.65	1.01
22	14	2125	1.83	0.66	1.02
23	15	2125	1.83	0.71	0.89
24	16	2125	3.63	0.67	0.94
	1	989	-1.39	0.16	0.94
	11	989	-0.20	0.41	1.03
	17	989	-0.25	0.38	1.10
	18	989	1.38	0.53	1.11
	19	989	1.28	0.55	1.05
	20	989	2.86	0.65	0.97
	21	989	3.06	0.61	1.07
	22	989	2.83	0.60	1.08
	23	989	3.60	0.67	0.94
	24	989	4.50	0.63	0.94

Mathea 3-4 Subtraktion

Mathea 3 Subtraktion	Mathea 4 Subtraktion	N	Itemparameter (WLE)	Trennschärfe r_{pbis}	Infit
1		1133	-3.24	0.22	0.88
2		1133	-2.66	0.30	1.10
3		1133	-2.98	0.34	0.94
4		1133	0.02	0.62	1.12
5		1133	-3.33	0.28	0.87
6		1133	-2.37	0.37	1.05
7	3	2119	-2.99	0.31	0.93
8		1133	-1.42	0.55	1.04
9		1133	-1.43	0.46	1.18
10		1133	-2.07	0.49	1.02
11		1133	0.28	0.69	0.96
12	4	2119	-0.57	0.57	1.05
13	5	2119	-2.00	0.48	0.98
14	6	2119	0.27	0.64	1.06
15		1133	-0.14	0.61	1.14
16	8	2119	0.88	0.67	1.03
17		1133	-0.63	0.68	0.91
18	9	2119	-0.85	0.52	1.07
19		1133	1.06	0.71	0.90
20		1133	1.42	0.70	0.93
21	10	2119	0.59	0.68	0.97
22	14	2119	2.09	0.69	0.96
23	15	2119	1.62	0.71	0.92
24	16	2119	2.12	0.69	0.97
	1	986	-1.75	0.23	0.97
	2	986	-1.15	0.37	1.10
	7	986	-0.44	0.45	1.12
	11	986	-0.46	0.47	1.10
	12	986	1.44	0.64	1.07
	13	986	1.65	0.67	1.02
	17	986	0.95	0.64	1.01
	18	986	1.69	0.70	0.91
	19	986	1.28	0.62	1.12
	20	986	1.62	0.69	0.95
	21	986	2.62	0.69	0.94
	22	986	3.23	0.68	0.89
	23	986	3.12	0.70	0.89
	24	986	2.50	0.70	0.93

Mathea 3-4 Multiplikation

Mathea 3 Multiplikation	Mathea 4 Multiplikation	N	Itemparameter (WLE)	Trennschärfe r_{pbis}	Infit
1		1126	-5.19	0.33	0.82
2	1	2112	-3.80	0.35	0.88
3		1126	-3.27	0.41	1.05
4	2	2112	-1.75	0.50	1.10
5	3	2112	-2.54	0.51	1.03
6		1126	-2.78	0.42	1.12
7	5	2112	-3.14	0.39	0.91
8		1124	-3.15	0.58	0.91
9	6	2112	-2.20	0.58	0.95
10		1126	-0.37	0.64	1.01
11	7	2112	0.38	0.55	1.31
12	8	2110	-0.13	0.65	1.00
13		1126	-2.75	0.51	0.99
14	9	2112	-1.41	0.60	1.00
15	10	2112	-0.44	0.65	0.94
16		1126	1.89	0.57	0.99
17	11	2112	1.96	0.58	1.13
18	12	2112	2.70	0.62	0.92
19	13	2112	0.98	0.63	1.07
20		1126	-1.44	0.63	0.99
21	14	2111	0.03	0.66	0.99
22		1126	3.33	0.46	0.97
23	15	2112	1.35	0.66	0.95
24		1126	-1.35	0.59	1.10
	4	986	-1.54	0.47	1.02
	16	986	3.69	0.67	0.87
	17	986	1.35	0.56	1.18
	18	986	0.48	0.57	1.07
	19	986	1.87	0.64	1.00
	20	986	3.08	0.62	0.97
	21	986	2.68	0.62	1.03
	22	986	3.09	0.64	0.99
	23	986	4.54	0.62	0.85
	24	986	3.85	0.61	0.88

Mathea 3-4 Division

Mathea 3 Division	Mathea 4 Division	N	Itemparameter (WLE)	Trennschärfe r_{pbis}	Infit
1		1118	-4.69	0.44	0.98
2	1	2094	-3.13	0.50	0.97
3		1118	-2.76	0.50	1.12
4	2	2094	-3.55	0.51	0.92
5	3	2094	-2.28	0.53	1.07
6		1118	-2.25	0.54	1.15
7	5	2094	-3.58	0.47	1.06
8		1118	-2.39	0.63	0.97
9	6	2092	-1.64	0.66	0.97
10		1118	-0.28	0.61	1.10
11	7	2094	0.93	0.65	1.00
12	8	2094	-0.22	0.69	0.94
13	9	2094	-1.83	0.60	1.10
14	10	2094	0.03	0.62	1.16
15		1118	1.17	0.56	1.04
16		1118	1.11	0.58	0.99
17	11	2094	-0.90	0.69	0.94
18	12	2094	0.19	0.70	0.92
19		1118	-1.59	0.63	1.03
20	13	2094	2.34	0.59	0.97
21	14	2094	0.69	0.68	0.94
22		1118	2.33	0.51	0.91
23	15	2094	1.51	0.65	0.93
24		1118	1.62	0.60	0.98
	4	976	-1.65	0.53	1.03
	16	976	3.28	0.58	0.92
	17	976	0.39	0.52	1.32
	18	976	1.37	0.59	1.14
	19	976	1.18	0.66	0.94
	20	976	2.35	0.63	0.95
	21	976	2.99	0.56	0.93
	22	976	3.10	0.60	0.92
	23	976	3.54	0.59	0.80
	24	976	2.62	0.63	0.88

Anhang C: Normtabellen von „Mathea 3-4“

Mathea 3

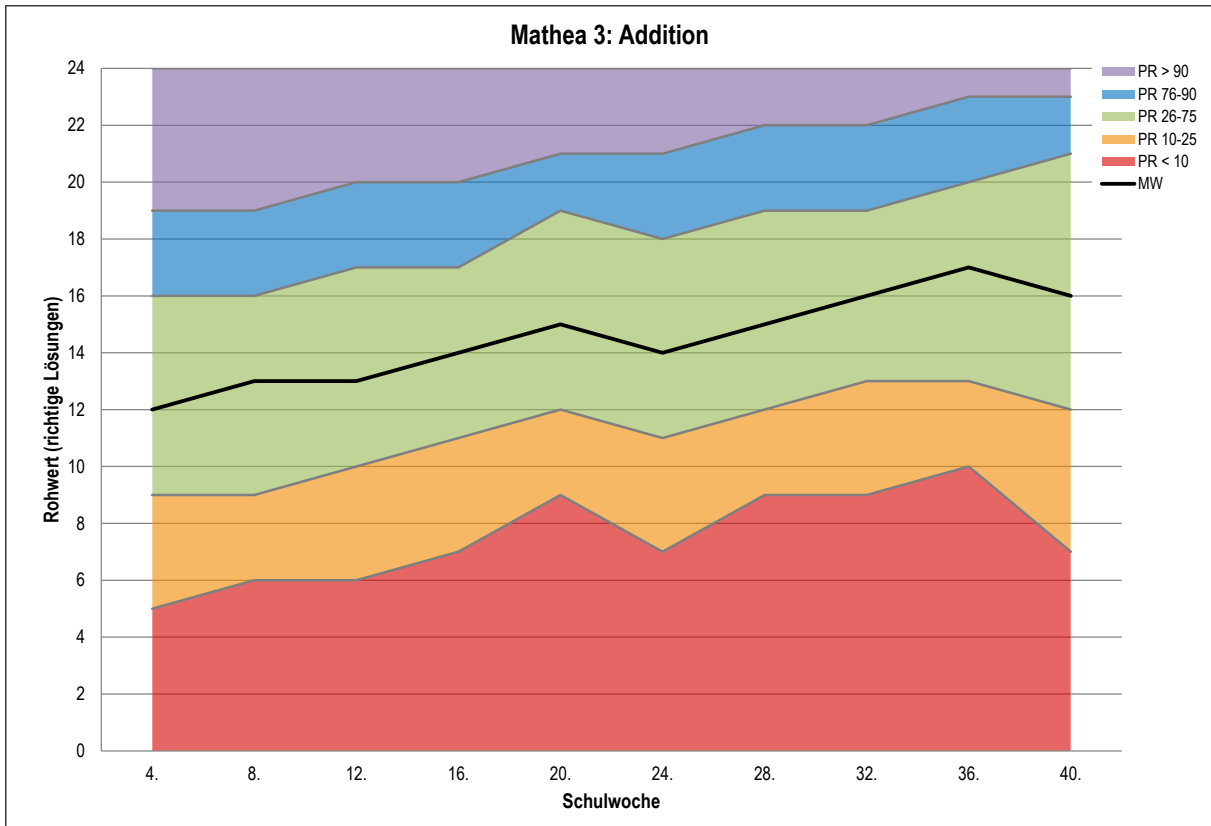
	Schulwoche	N	PR 10	PR 25	Mittelwert	PR 75	PR 90
Addition	04.	583	5	9	12	16	19
	08.	2222	6	9	13	16	19
	12.	1369	6	10	13	17	20
	16.	1939	7	11	14	17	20
	20.	598	9	12	15	19	21
	24.	1843	7	11	14	18	21
	28.	1013	9	12	15	19	22
	32.	1200	9	13	16	19	22
	36.	703	10	13	17	20	23
	40.	231	7	12	16	21	23
Subtraktion	04.	651	3	5	9	12	16
	08.	2202	4	7	10	13	17
	12.	1320	5	7	11	14	17
	16.	1941	4	7	11	14	18
	20.	607	6	8	12	15	19
	24.	1804	6	8	12	15	19
	28.	936	6	9	12	16	20
	32.	1168	6	9	13	16	19
	36.	701	7	10	14	18	21
	40.	234	5	10	13	18	22
Multiplikation	04.	571	3	5	8	10	12
	08.	2087	3	6	8	11	13
	12.	1315	4	6	9	12	14
	16.	1932	4	6	9	12	14
	20.	556	4	6	9	12	15
	24.	1756	4	6	10	12	15
	28.	1045	5	8	11	14	17
	32.	1206	7	9	12	14	17
	36.	665	6	9	12	15	17
	40.	208	3	8	12	15	20
Division	04.	592	1	3	6	8	10
	08.	2243	1	3	6	8	11
	12.	1314	1	3	6	8	11
	16.	1926	1	4	7	9	12
	20.	577	2	4	7	9	12
	24.	1753	2	4	7	10	12
	28.	950	2	4	7	10	13
	32.	1093	2	4	8	10	13
	36.	670	3	5	8	11	14
	40.	218	2	6	10	13	17

Mathea 4

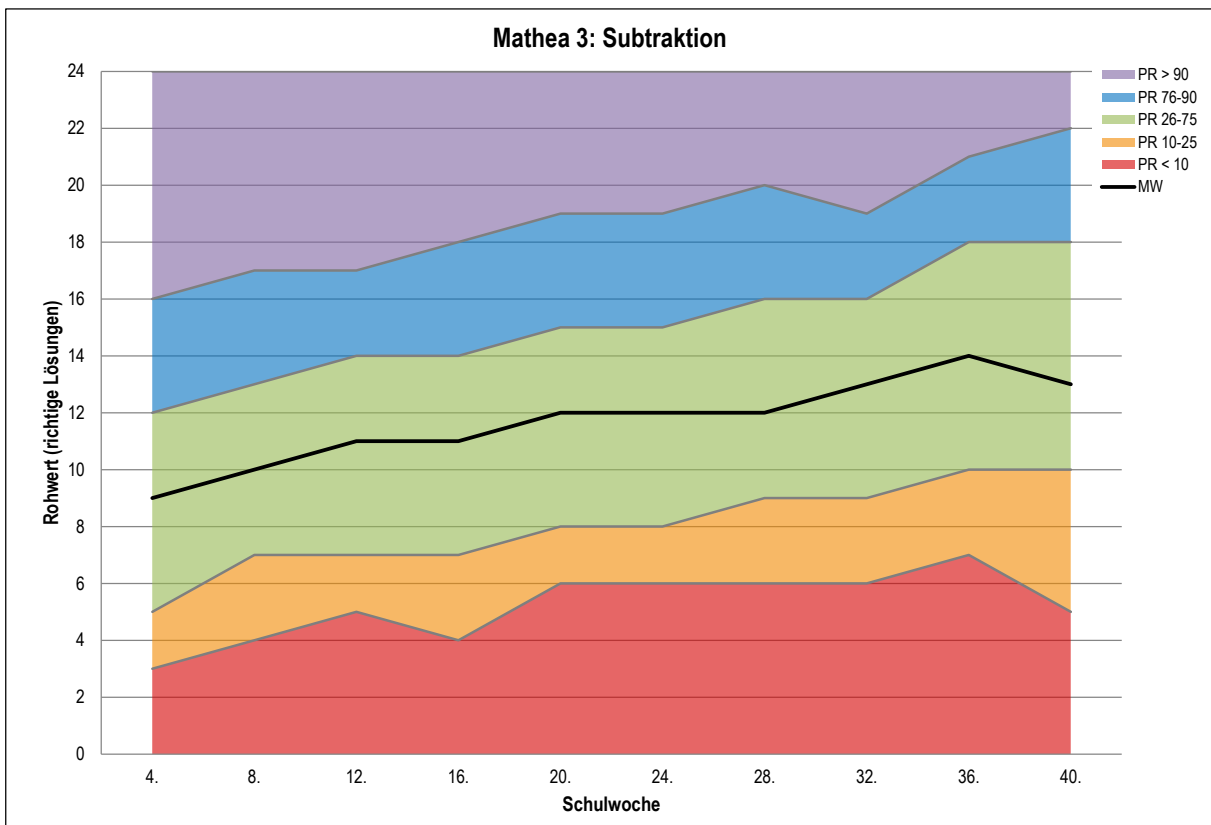
	Schulwoche	N	PR 10	PR 25	Mittelwert	PR 75	PR 90
Addition	04.	1255	6	8	12	15	18
	08.	2622	7	10	13	16	18
	12.	1741	7	10	13	16	19
	16.	2274	7	10	13	16	18
	20.	1210	7	10	13	16	19
	24.	2155	8	11	14	17	20
	28.	1286	9	11	14	17	20
	32.	1688	8	11	14	18	21
	36.	877	9	12	15	18	21
	40.	276	8	12	15	20	22
Subtraktion	04.	1263	4	6	9	12	15
	08.	2561	4	6	9	12	15
	12.	1734	4	6	10	13	16
	16.	2217	4	6	10	12	16
	20.	1235	5	7	11	14	17
	24.	2116	4	7	11	14	18
	28.	1302	5	8	11	15	18
	32.	1654	5	7	11	14	19
	36.	879	5	8	12	16	19
	40.	268	5	8	12	17	21
Multiplikation	04.	1223	4	6	9	11	13
	08.	2518	4	6	9	11	14
	12.	1716	5	7	9	12	14
	16.	2213	4	7	9	11	14
	20.	1117	5	7	10	12	15
	24.	2209	5	8	11	13	16
	28.	1273	7	9	12	15	17
	32.	1706	7	9	12	14	17
	36.	875	7	9	12	15	18
	40.	240	6	9	13	16	20
Division	04.	1253	2	4	7	9	12
	08.	2546	2	4	7	10	13
	12.	1636	2	4	7	10	13
	16.	2248	3	5	8	11	13
	20.	1138	3	5	8	11	14
	24.	2197	3	6	9	12	15
	28.	1281	4	6	10	13	16
	32.	1687	4	6	10	13	16
	36.	876	4	6	10	13	16
	40.	251	4	7	11	15	18

Anhang D: Vorlagen für Lernverlaufsgraphen von „Mathea 3-4“

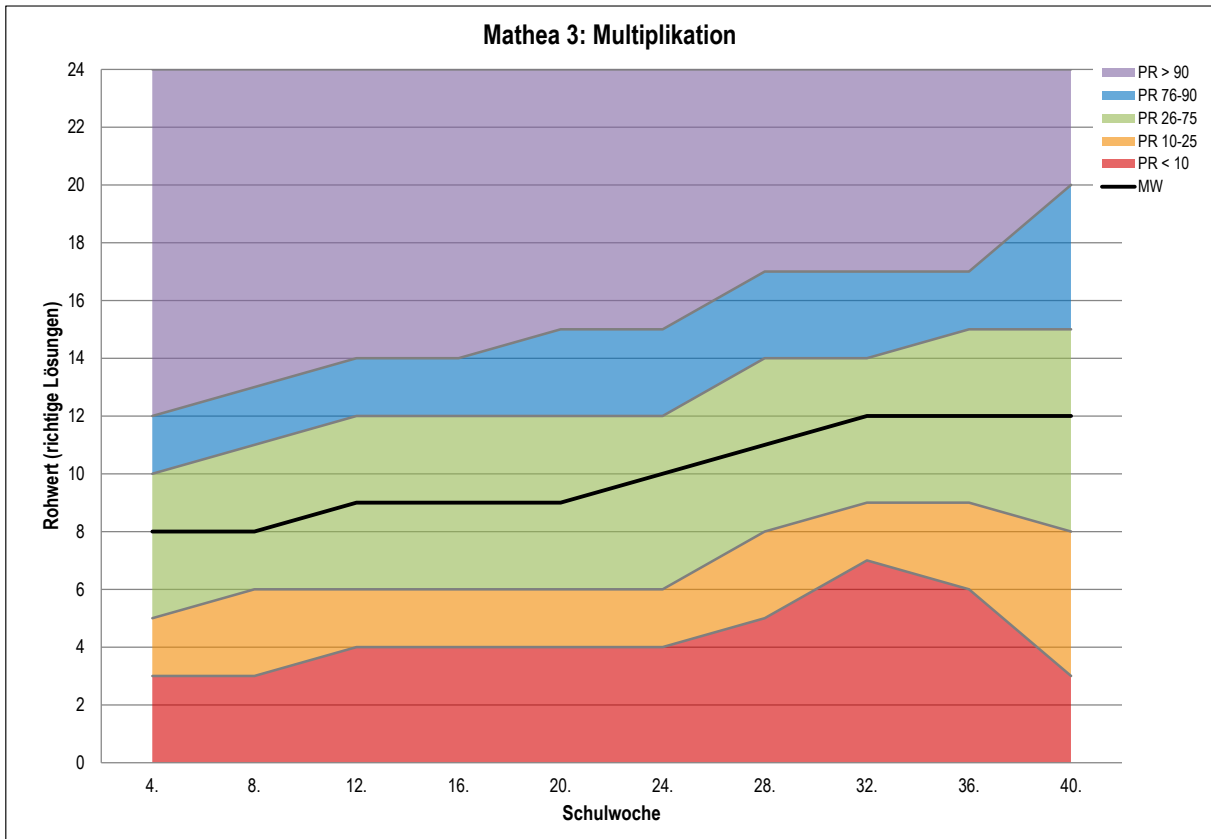
Mathea 3: Addition



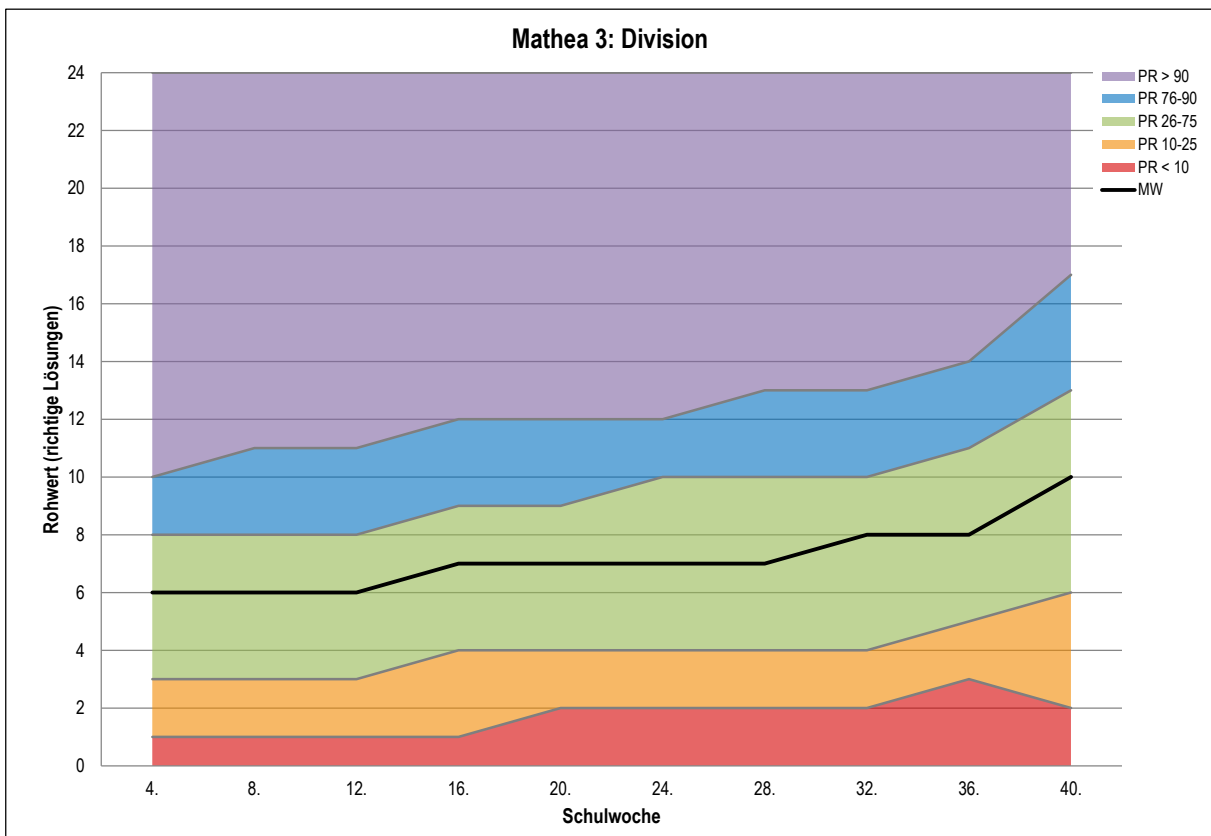
Mathea 3: Subtraktion



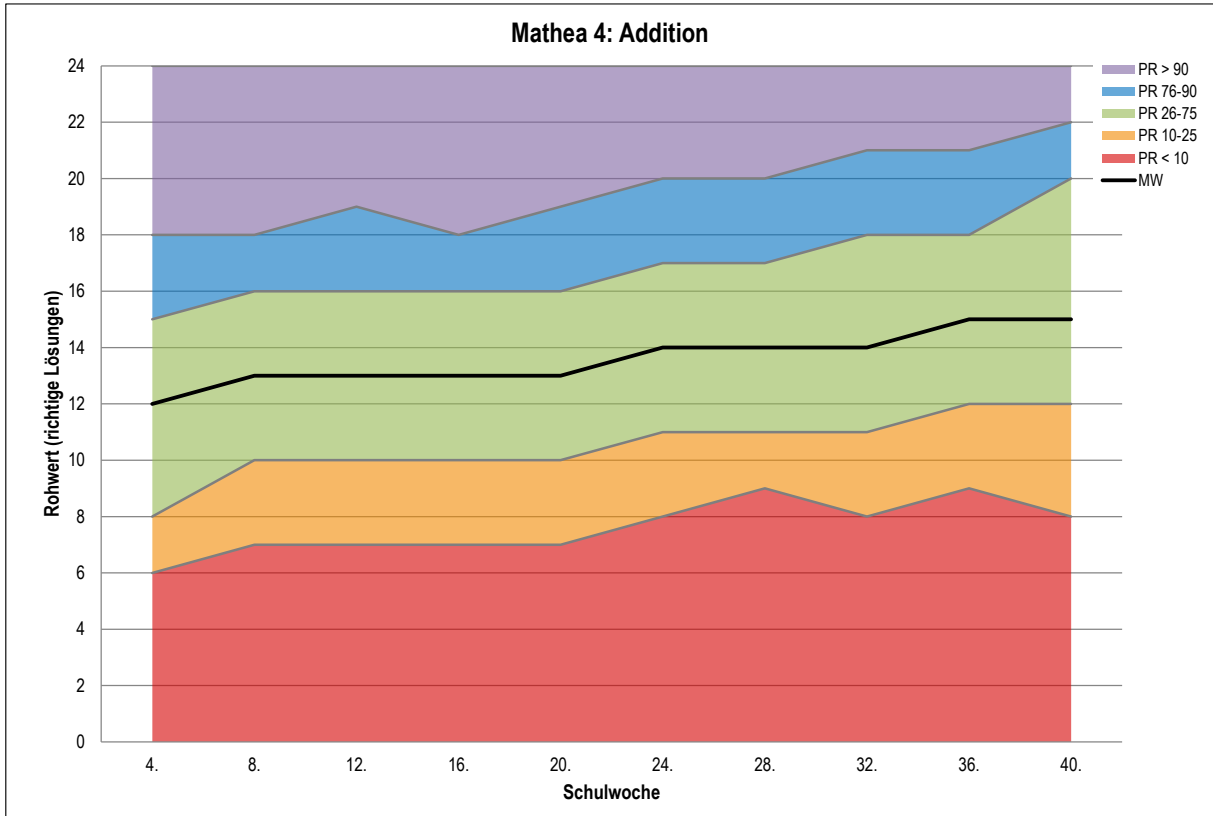
Mathea 3: Multiplikation



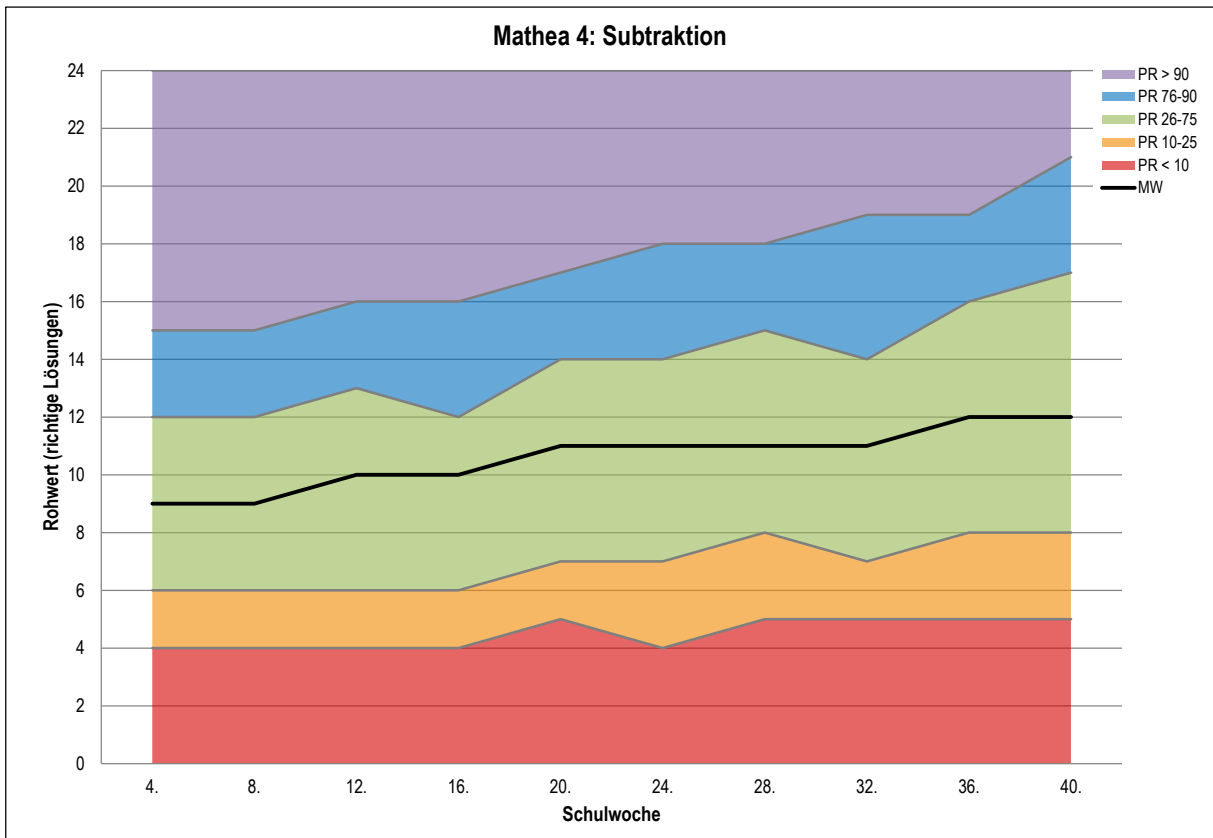
Mathea 3: Division



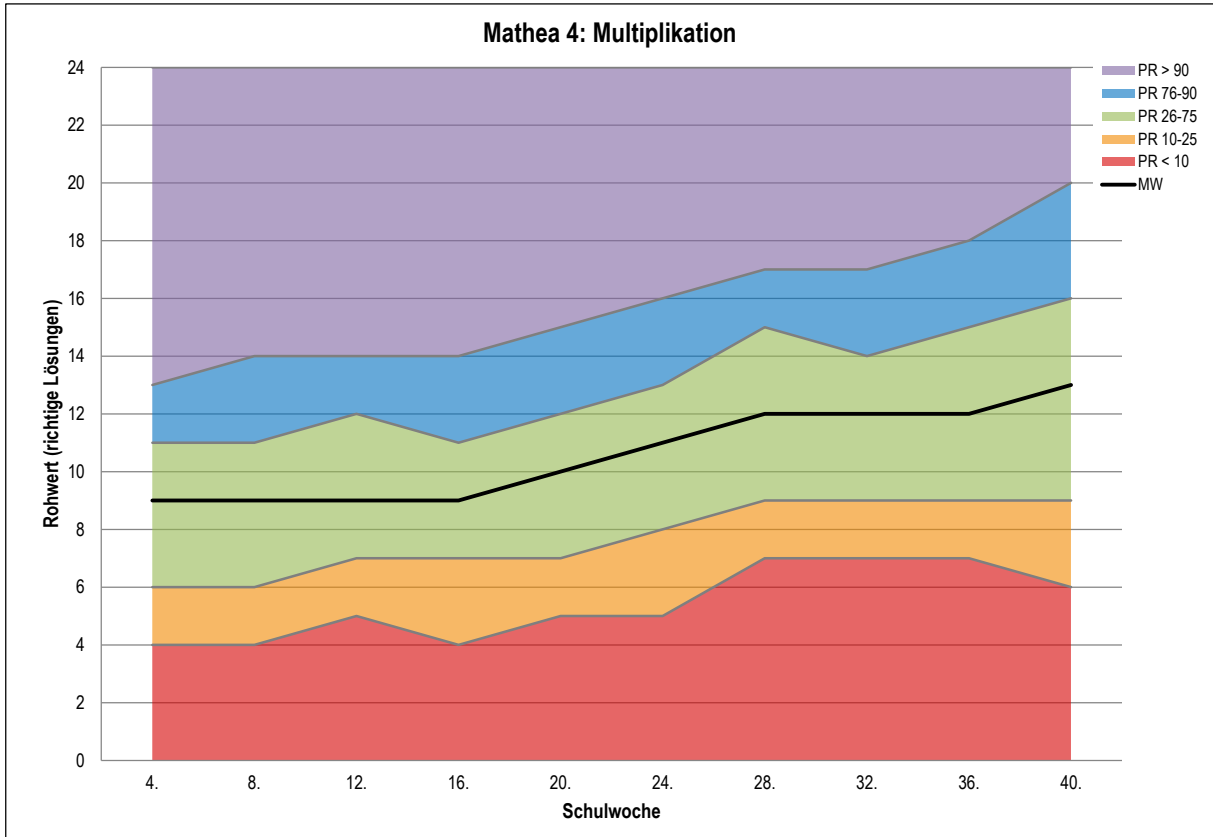
Mathea 4: Addition



Mathea 4: Subtraktion



Mathea 4: Multiplikation



Mathea 4: Division

