



Simon Sikora

## Effekte einer adaptiven Mathematikförderung zur Ablösung des zählenden Rechnens – eine kontrollierte Einzelfallstudie

### Zusammenfassung

Verfestigtes zählendes Rechnen ist ein charakteristisches Merkmal von Schülerinnen und Schülern mit Schwierigkeiten in Mathematik (Lorenz, 2015). Bei Schülerinnen und Schülern mit einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Lernen können zählende Lösungsstrategien auch noch in der Sekundarstufe häufig beobachtet werden (Werner & Klein, 2012). Da zählendes Rechnen negative Auswirkungen auf den weiteren mathematischen Kompetenzerwerb haben kann, ist der Erwerb nicht-zählender Rechenstrategien eines der zentralen Ziele mathematischer Förderung. In der vorliegenden Einzelfallstudie wurde deshalb ein adaptives Mathematiktraining zur Ablösung des zählenden Rechnens mit zwei Viertklässlerinnen mit einem sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf im Lernen durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Schülerinnen nach Abschluss der Intervention häufiger nicht-zählende Lösungsstrategien nutzten. Die Effekte der Förderung auf die Rechenflüssigkeit wurden durch verschiedene Non-Overlap-Techniken ermittelt. Die diesbezüglichen Befunde sind jedoch inkonsistent, weshalb weitere Studien erforderlich sind.

Zahlen und die verschiedenen Arten von Informationen, die von ihnen übermittelt werden, sind ein wesentlicher Bestandteil des Alltags in einer zunehmend technologisch fortschrittlichen und datengesteuerten Welt (Agustin, Agustin, Brunkow & Thomas, 2012). Schwierigkeiten im Umgang mit Zahlen sowie Operationen mit ihnen können somit negative Auswirkungen auf gesellschaftliche Teilhabemöglichkeiten haben und verringern zudem die Chancen auf dem Berufsmarkt (Bynner & Parsons, 1997; Parsons & Bynner, 2005). Wie groß der durchschnittliche Leistungsrückstand von Schülerinnen und Schülern mit einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Lernen im Fach Mathematik ist, verdeutlicht eine Studie von Werner und Höhr (2020). Darin erreichten die untersuchten Schülerinnen und Schüler mit einem Unterstützungsbedarf im sonderpädagogischen Schwerpunkt Lernen am Ende der neunten Klasse einen gemittelten  $T = 36$  in Bezug auf die curricularen Anforderungen der fünften Klassenstufe, gemessen mit dem DEMAT 5+ (Götz, Lingel & Schneider, 2013), und lagen somit noch unterhalb des Normbereichs deutscher Fünftklässlerinnen und Fünftklässler. Auf Basis dieser Befunde muss davon ausgegangen werden, dass Schülerinnen und Schüler mit einem Unterstützungsbedarf im sonderpädagogischen Schwerpunkt Lernen besonderen Risiken für Benachteiligung unterliegen, insbesondere auch vor dem Hintergrund der hohen Quoten von Abgängerinnen und Abgängern ohne Hauptschulabschluss (Goldan & Kemper, 2020).

Eine der größten Herausforderungen für Schülerinnen und Schüler, die Schwierigkeiten beim Mathematiklernen haben, ist die Ablösung vom zählenden Rechnen (Häsel-Weide, Nührenbörger, Moser Opitz & Wittich, 2019). „Das verfestigte zählende Rechnen kann [...] als charakterisierendes Symptom rechenschwacher Kinder angesehen werden“ (Lorenz, 2015, S. 204), das auch über

mehrere Schuljahre hinweg bis in die Sekundarstufe I zu beobachten ist (Schäfer, 2005; Werner & Klein, 2012). Dieser Zusammenhang zwischen zählendem Rechnen und niedrigen Leistungen in Mathematik zeigte sich in verschiedenen Untersuchungen (u. a. Moser Opitz, 2007; Ostad, 2008). Zählendes Rechnen erschwert die Ausbildung mathematischen Verständnisses sowie tragfähiger Operationsvorstellungen und kann „so zur Ursache für umfassende mathematische Schwierigkeiten werden“ (Lorenz, 2015, S. 202).

Dass ein besonderes Augenmerk auf die Ablösung des zählenden Rechnens bei Schülerinnen und Schülern mit einem Unterstützungsbedarf im sonderpädagogischen Schwerpunkt Lernen gerichtet werden muss, legt eine qualitativ ausgerichtete Studie mit neun Schülerinnen und Schülern aus den Klassenstufen fünf und sechs nahe (Werner & Klein, 2012), denen Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100 gestellt wurden. Mithilfe leitfadengestützter Interviews konnte gezeigt werden, dass zählendes Rechnen bei den untersuchten Schülerinnen und Schülern die meistgenutzte Lösungsstrategie war. Obwohl das Problem des verfestigt zählenden Rechnens – nicht nur bei Schülerinnen und Schülern mit einem förmlich festgestellten Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Lernen – hinlänglich bekannt ist, finden sich in der Literatur nur wenige Hinweise darauf, ob gezielte Interventionen eine Strategieveränderung, d. h. eine Ablösung vom zählenden Rechnen, bewirken können. In einer Studie von Moser Opitz (2002) konnten verfestigte Zählstrategien in Klasse 1 durch eine Intervention, die auf die Entwicklung eines Zahlensinns (Baroody, 2006) abzielte, statistisch signifikant reduziert werden. Ein ähnlicher Ansatz führte bei zählend rechnenden Zweitklässlerinnen und Zweitklässlern hingegen nicht zu einer bedeutsamen Verbesserung im Vergleich zu einer unbehandelten Kontrollgruppe (Moser Opitz, Wittich, Häsel-Weide & Nührenböcker, 2018). In der vorliegenden Einzelfallstudie wird daher der Frage nachgegangen, ob durch ein gezieltes, adaptives Individualtraining bei zwei Viertklässlerinnen mit einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Lernen eine Ablösung vom zählenden Rechnen erreicht werden kann.

Die Fördereinheit wurde nach dem Konzept des Mathe-Navi (Sikora, 2020) geplant und durchgeführt. Das Mathe-Navi ist ein Hilfsmittel zur Förderplanung, das über die Internetplattform [www.lernlinie.de/to/mathenavi](http://www.lernlinie.de/to/mathenavi) bereitgestellt wird. Grundlage des Konzepts ist ein Entwicklungsmodell arithmetischer Basiskompetenzen, das die curricularen Anforderungen der Grundschule hierarchisch auflistet. Basiskompetenzen sind „Lerninhalte, von denen aufgrund von fachlichen Überlegungen und empirischen Untersuchungen bekannt ist, dass sie für den weiteren Lernprozess besonders wichtig sind“ (Schmassmann & Moser Opitz, 2009, S. 5). Dazu zählen im Konzept des Mathe-Navi ein gesichertes Zahlbegriffsverständnis sowie das flexible Operieren in den vier Grundrechenarten.

Die Förderarbeit mit dem Mathe-Navi besteht im Wesentlichen aus zwei Schritten. Zunächst gilt es, die Ursachen für die Lernprobleme des Kindes herauszufinden. Zur Analyse der Lernausgangslage werden zu jeder Basiskompetenz Diagnosebögen sowie Diagnosehinweise bereitgestellt. Es wird dabei nicht nur geschaut, ob das Kind die Anforderungen der jeweiligen Basiskompetenz erfüllt, sondern auch in welcher Qualität, beispielsweise wie flüssig es bis 10 ergänzen kann. Dadurch ergibt sich ein Leistungsprofil, aus dem ersichtlich wird, welche Lernziele das Kind schon erreicht hat und an welchen es aktuell (und zukünftig) arbeiten sollte. Nachdem das jeweilige Lernziel bestimmt wurde, können in einem zweiten Schritt die konkreten Fördermaßnahmen abgeleitet werden. Zu diesem Zweck werden zu jeder Basiskompetenz Fördermöglichkeiten und Übungsvorschläge beschrieben. Diese Förderhinweise skizzieren einen idealtypischen Lernprozess, der sowohl didaktische Überlegungen (z. B. systematische Berücksichtigung verschiedener Repräsentationsebenen, Nutzung ergiebiger Darstellungsmittel, Verbalisieren von Lösungswegen, etc.; u. a. Krajewski & Simanowski, 2017; Sikora & Voß, 2018) als auch empirische Erkenntnisse einer effektiven Mathematikförderung (u. a. Chodura, Kuhn & Holling, 2015; Fuchs et al., 2008; Grünke, 2006; Ise, Dolle, Pixner & Schulte-Körne, 2012; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Simms, McKeaveney, Sloan & Gilmore, 2019) berücksichtigt. Die dargestellten Handlungsmöglichkeiten liefern der Lehrkraft konkrete Impulse für die Förderplanung, jedoch handelt es sich dabei nicht

## Förderkonzept

## Förderinhalte und Ablauf

um ausgearbeitete Förderstunden. Diese sind angepasst auf den Einzelfall selbstständig von der Lehrkraft zu planen.

Die Fördereinheit wurde im Herbst und Winter 2019/20 mit zwei Viertklässlerinnen an einem sonderpädagogischen Förderzentrum mit dem Schwerpunkt Lernen von einer Studentin der Sonderpädagogik im Rahmen ihrer wissenschaftlichen Abschlussarbeit geplant und durchgeführt. Die 30-minütigen Förderstunden fanden zweimal wöchentlich, dienstags und freitags, parallel zum Mathematikunterricht statt. Die Analyse der Lernausgangslage ergab bei beiden Mädchen übereinstimmend zu den Einschätzungen ihrer Mathematiklehrerinnen, dass die Förderung im Zahlenraum bis 20 ansetzen und auf die Erarbeitung nicht-zählender Rechenstrategien abzielen muss. Zusätzlich wurden in jeder Förderstunde einige wenige Minuten zur Festigung und Automatisierung zentraler Vorläuferfähigkeiten für die Ablösung vom zählenden Rechnen trainiert, beispielsweise die strukturierte Mengenerfassung, die Zehnerergänzung oder Zerlegungen der Zahlen bis zehn. Insgesamt waren 19 Förderstunden zu folgenden thematischen Schwerpunkten vorgesehen, von denen aufgrund von Krankheit 17 (Schülerin 1) bzw. 15 (Schülerin 2) durchgeführt werden konnten:

- Addieren und Subtrahieren am Zwanzigerfeld (drei Stunden)
- Rechenstrategie „Tauschaufgaben“ (zwei Stunden)
- Erleichterungsstrategie „verwandte Aufgaben“; beispielsweise Ableitung der Aufgabe  $13 + 4$  aus der bereits bekannten Grundaufgabe  $3 + 4$  (drei Stunden)
- Subtrahieren durch Ergänzen, beispielsweise  $15 - 13$  \_\_\_ als  $13 +$  \_\_\_ = 15 (eine Stunde)
- „Zehnerstopp“-Verfahren Addition (zwei Stunden)
- „Zehnerstopp“-Verfahren Subtraktion (drei Stunden)
- situationsadäquate, flexible Strategienutzung (drei Stunden)

Die Förderstunden waren strukturgleich aufgebaut und folgten diesem Schema:

Phase 1: Motivierung und Zielorientierung durch ein kurzes Gespräch zum Ablauf der Förderstunde

Phase 2: Lernverlaufsmessung mittels je einminütiger curriculumbasierter Messverfahren (CBM) zur Addition und Subtraktion

Phase 3: Übung, Wiederholung und Automatisierung von notwendigen Voraussetzungen zur Ablösung des zählenden Rechnens (bspw. Zerlegungen im Zahlenraum bis 10, Zehnerergänzung, Grundaufgaben im Zahlenraum bis 10)

Phase 4: Erarbeitung der jeweiligen Rechenstrategie nach der Lernzielabfolge des Mathe-Navi

Phase 5: Übung und Anwendung des Erarbeiteten in aufeinander aufbauenden Formaten

Phase 6: Zusammenfassung, Reflexion und Ausblick in einem kurzen Gespräch

## Methodik

### Hypothesen

Vor dem Hintergrund der eingangs abgeleiteten Forschungsfrage wird die folgende erste Hypothese aufgestellt:

H<sub>1</sub>: Die Schülerinnen nutzen nach der Förderung vermehrt nicht-zählende Rechenstrategien.

Befunde zur computational fluency bzw. Rechenflüssigkeit (Russell, 2000; VanDerHeyden & Burns, 2008; Voß, 2016) legen nahe, dass sich die Nutzung nicht-zählender Rechenstrategien in einer Steigerung der Rechengeschwindigkeit und -präzision niederschlägt, d. h. dass die Schülerinnen in einer vorgegebenen Bearbeitungszeit mehr Additions- und Subtraktionsaufgaben korrekt lösen als vor der Intervention. Die zweite Forschungshypothese lautet daher:

H<sub>2</sub>: Durch die Förderung steigern die Schülerinnen ihre Rechenflüssigkeit mehr als im regulären Mathematikunterricht.

Da die Förderung den Mathematikunterricht nicht ersetzt, sondern diesen ergänzt, wird das Treatment im Sinne der kontrollierten Einzelfallforschung experimentell variiert (Jain & Spieß, 2012), sodass die mathematische Entwicklung mit und ohne Interventionseinfluss gemessen werden kann. Die Förderung nach dem Mathe-Navi-Konzept gilt erst dann als wirksam, wenn höhere Lernfortschritte als im regulären Mathematikunterricht erzielt werden.

## Stichprobe

Beide Schülerinnen wurden in eine Diagnose- und Förderklasse (Ellinger & Koch, 2007) eingeschult und werden seit der dritten Klassenstufe in einem sonderpädagogischen Förderzentrum mit dem Schwerpunkt Lernen in Parallelklassen unterrichtet. Schülerin 1 war zum Beginn der Studie 11;4 und Schülerin 2 10;9 Jahre alt. Beide Mädchen wurden für die Studie ausgewählt, weil sie nach Angaben ihrer Mathematiklehrerinnen noch zählend rechneten. Im Bereich der sprachlichen sowie der emotional-sozialen Entwicklung wurden beide Mädchen durch ihre Lehrerinnen als unauffällig eingeschätzt.

## Studiendesign und Erhebungsinstrumente

Der Untersuchung liegt ein A-B-A-Versuchsplan (Julius, Schlosser & Goetze, 2000) zugrunde, der in ein Prä-Post-Follow-Up-Design eingebettet ist (s. Abb. 1). Durch die Kombination von Schulleistungstests und CBM werden Einschätzungen zur Lernausgangslage, zur Lernentwicklung sowie zur Nachhaltigkeit der Förderung möglich.

Nach Vorgesprächen mit den Mathematiklehrerinnen zum Leistungsstand der Mädchen wurde beschlossen, das Berner Screening Mathematik 1 (BESMath 1; Moser Opitz, Berger & Reusser, 2008) für den Prä-Post-Follow-Up-Vergleich zu nutzen. Das BESMath 1 ist ein Individualtest, der gängige psychometrische Gütekriterien erfüllt und die Möglichkeit einer qualitativen Auswertung der Lösungsstrategien der Kinder bietet, indem die Ergebnisse der Kinder vor dem Hintergrund eines Kompetenzstufenmodells interpretiert werden. „Niveau 1 enthält [...] Additions- und Subtraktionsaufgaben, welche zählend gelöst wurden. Niveau 2 umfasst die Kompetenz des nicht zählenden Kopfrechnens im Zahlenraum bis 20“ (Moser Opitz et al., 2008, S. 9). Somit können mit dem Verfahren Veränderungen der genutzten Rechenstrategien abgebildet werden. Das BESMath 1 wurde vor der Erhebung der Grundrate (Anfang September), direkt nach Beendigung der Interventionsphase (Ende Dezember) sowie sechs (Schülerin 1) bzw. acht (Schülerin 2) Schulwochen nach dem Abschluss der Förderung eingesetzt (Anfang März).

Die lernprozessbegleitenden Messungen wurden zweimal wöchentlich (dienstags und freitags) mit den CBM zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20 von Hartmann und Müller (2014) durchgeführt, allerdings wurde die Durchführungszeit auf eine Minute pro Bogen begrenzt, damit nicht zu viel Zeit der Förderstunden beansprucht wird. Da die Mädchen nicht in derselben Klasse sind, wurde nicht ein multipler Grundratenversuchsplan realisiert, sondern ein A-B-A-Umkehrdesign (Julius et al., 2000). Durch Krankheit sind bei Schülerin 1 phasenübergreifend fünf Messungen ausgefallen und bei Schülerin 2 vier (s. Abb. 2). Die Wechsel zwischen Baseline- und Interventionsphase wurden anhand der Ferienzeiten festgelegt. Bis zu den Herbstferien konnten sieben Grundratenmessungen realisiert werden, die Interventionsphase bis zu den Weihnachtsferien umfasste neun Wochen. Im Januar wurden sechs weitere Baseline-Erhebungen durchgeführt. Bei Schülerin 2 musste vom Plan abgewichen werden, da sie zu zwei Messzeitpunkten in der ersten Grundratenphase krank war. Deswegen wurde die Baseline um zwei Wochen verlängert, wodurch sich ebenso die Interventionsphase verschob. Die Mitschülerinnen und Mitschüler (Schülerin 1: N = 13, Schülerin 2: N = 11) der Mädchen führten die CBM einmal wöchentlich durch, sodass ein weiterer Vergleich der Leistungsentwicklung in der Interventionsphase ermöglicht wird.

Die Abbildung 1 stellt das Forschungsdesign der Einzelfallstudie im Überblick dar.

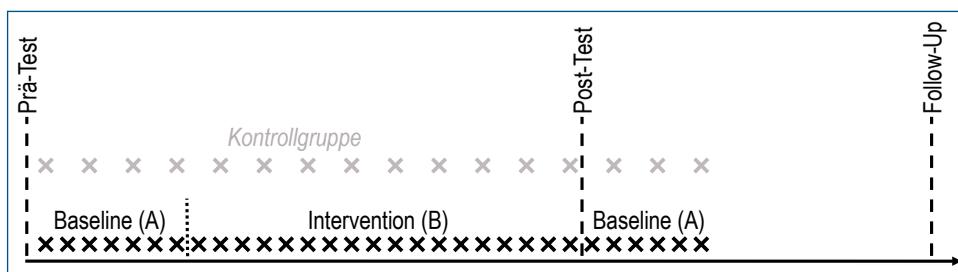


Abb. 1: Studiendesign

### Datenanalyse

Für den Prä-Post-Follow-Up-Vergleich werden die Gesamtrohwerte sowie die erreichten Punkte je Kompetenzstufe im BESMath 1 zu den drei Messzeitpunkten dargestellt. Zudem werden in Anlehnung an Zierer (2014) Effektstärken für einen Vergleich der Testleistung vor und nach der Intervention berechnet, indem die Differenz des Rohwerts aus zweiter und erster Messung ermittelt und diese anschließend durch die Standardabweichung der Normstichprobe dividiert wird. Zur Interpretation des Effekts wird das von Cohen (1988) entwickelte Klassifikationsschema genutzt. Demnach deutet ein Wert von  $0.2 \leq d < 0.5$  auf einen geringen Effekt hin, einer von  $0.5 \leq d < 0.8$  auf einen mittleren und ein  $d \geq 0.8$  auf einen großen.

Zur Analyse der Lernverlaufsmessungen wird zunächst eine visuelle Inspektion durchgeführt (Wilbert & Grünke, 2015). Für jede Schülerin und jede Grundrechenart werden die CBM-Ergebnisse getrennt nach den Phasen der Untersuchung in Diagrammen dargestellt. Der Trend in jeder Phase wird durch Regressionsgeraden visualisiert. Zusätzlich werden die Mittelwerte und Streuungen (eine  $SD \pm MW$ ) der Mitschülerinnen und Mitschüler in die Diagramme eingezeichnet. Da sich die visuelle Inspektion als potenziell fehleranfällig herausgestellt hat (Brossart, Parker, Olson & Mahadevan, 2006; Wilbert, Bosch & Lüke, 2021), wurden zusätzlich nicht-parametrische Effektstärkemaße berechnet (Non-Overlap-Techniken; Parker, Vannest & Davis, 2011). Bisher hat sich kein Standardmaß etabliert (Campbell & Herzinger, 2010). Deshalb werden für eine bessere Vergleichbarkeit mit ähnlichen Studien verschiedene Effektstärken dargestellt. In Übereinstimmung mit Ferreira González, Hövel, Hennemann und Schlüter (2019) wurden die Effektmaße Percentage of data points exceeding the median (PEM), Non-overlap of all pairs (NAP; Parker & Vannest, 2009) und Percentage of all non-overlapping data (PAND; Parker, Hagan-Burke & Vannest, 2007) berechnet. Zusätzlich wurde auch TAU for nonoverlap with baseline trend control (Tau-U; Parker, Vannest, Davis & Sauber, 2011) in der Weiterentwicklung von Tarlow (2017) ermittelt, da dieser den Trend der Baselinephase in die Berechnung einbezieht. Schließlich ist davon auszugehen, dass die Schülerinnen auch durch den regulären Mathematikunterricht Lernfortschritte erzielen. Auf eine Analyse der Berechnungsgrundlagen der verschiedenen Effektmaße sowie deren Vor- und Nachteile wird an dieser Stelle verzichtet, da diese in verschiedenen internationalen (zusammenfassend Kazdin, 2021) wie deutschsprachigen (u. a. Julius et al., 2000; Grünke, 2012; Wilbert, 2014; Spilles & Hagen, 2019) Veröffentlichungen umfassend dargestellt werden.

In Anlehnung an die Vorarbeiten von Scruggs und Mastropieri (1998), Parker und Vannest (2009), Alresheed, Hott und Bano (2013) sowie Rakap (2015) werden die Effektstärken nach dem in Tabelle 1 dargestellten Klassifikationssystem interpretiert. Zur besseren Vergleichbarkeit der Indizes wurden der NAP sowie der PAND auf eine 0-100%-Skala transformiert.

Tab. 1:  
Interpretation der berechneten  
Überlappungsindizes

Effekt	Maß	PEM	NAP <sub>0-100%</sub>	PAND <sub>0-100%</sub>	Tau-U
gering bzw. fragwürdig		< 0.70	< 0.32	< 0.40	< 0.66
mittel bzw. effektiv		≥ 0.70	≥ 0.32	≥ 0.40	≥ 0.66
groß bzw. sehr effektiv		≥ 0.90	≥ 0.85	≥ 0.80	≥ 0.93

Die Berechnungen der Effektstärkemaße erfolgten mithilfe der Statistik-Software R mit dem Paket Single-Case Data Analyses for Single and Multiple Baseline Designs (scan; Wilbert & Lüke, 2022) in der Version 0.55. Tau-U wurde mit dem onlinebasierten Rechner von Tarlow (2016) ermittelt, ggf. mit Baselinekorrektur.

Die im BESMath 1 (Moser Opitz et al., 2008) erzielten Testergebnisse beider Mädchen sind in Tabelle 2 dargestellt. Während beide Schülerinnen im Prä-Test ein Ergebnis unterhalb des im BESMath 1 angegebenen kritischen Werts von 25 Punkten erzielten, konnten sie ihre Leistung im Post-Test deutlich steigern. Dieser Anstieg entspricht einer Effektstärke von  $d = 1.64$  (Schülerin 1) bzw.  $d = 2.02$  (Schülerin 2). Die Leistungssteigerung blieb auch im Follow-Up-Test erhalten. Zum Prä-Test erreichten die Mädchen einen Punkt (Schülerin 1) bzw. zwei Punkte (Schülerin 2) der zweiten Niveaustufe (nicht-zählendes Rechnen). Demgegenüber zeigte sich zum Post- und

## Ergebnisse

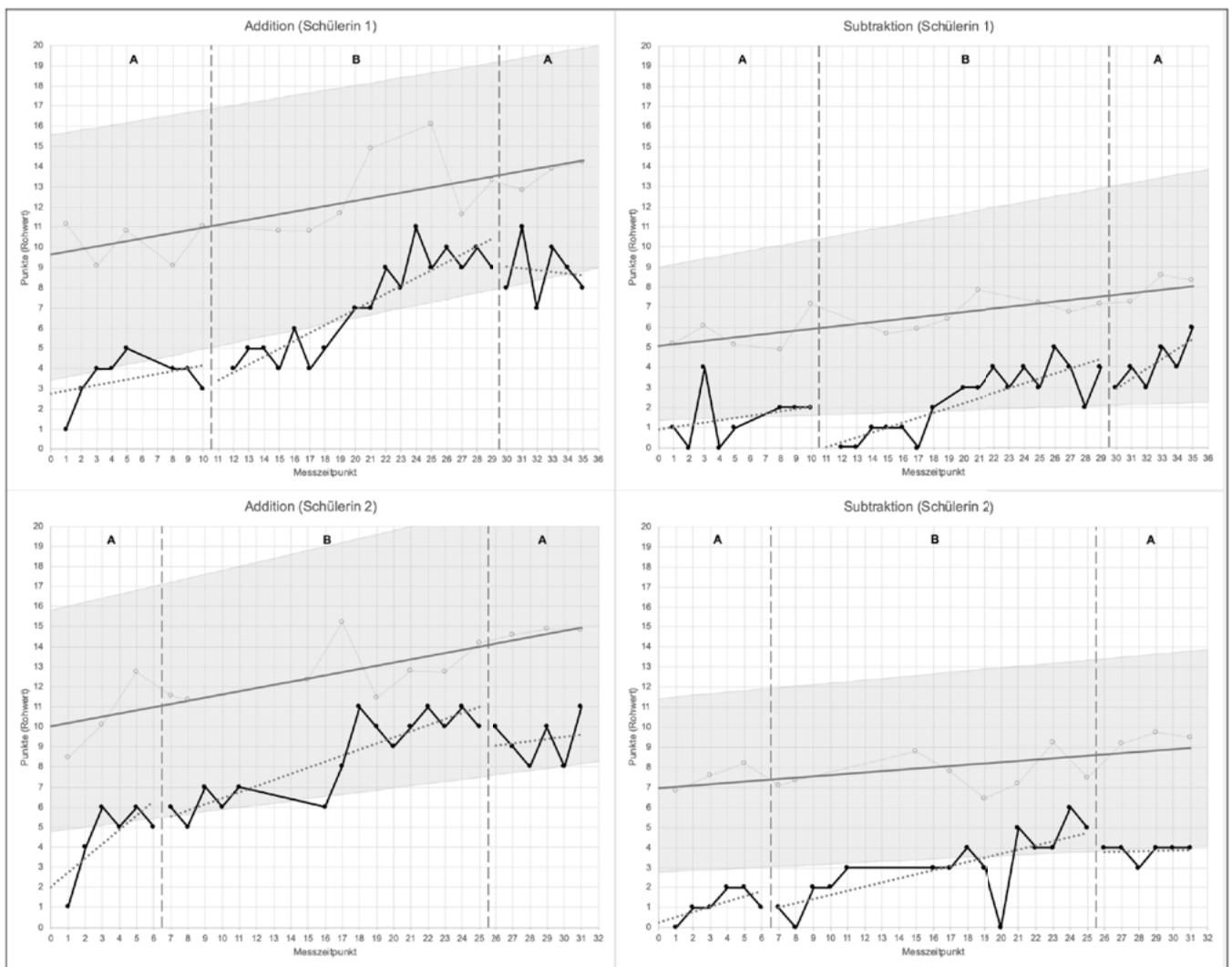
Follow-Up-Test ein deutlicher Anstieg (Schülerin 1: jeweils 11 Punkte, Schülerin 2: 16 bzw. 18 Punkte).

	Schülerin 1			Schülerin 2		
	Prä-Test	Post-Test	Follow-Up	Prä-Test	Post-Test	Follow-Up
< Niveau 1	2	3	3	3	3	3
Niveau 1	10	19	19	15	26	26
Niveau 2	1	11	11	2	16	18
> Niveau 2	0	1	1	0	1	1
Gesamt	13	34	34	20	46	48
Effekt	1.64			2.02		

Tab. 2: Ergebnisse der Schülerinnen im BesMath 1 (Moser Opitz et al., 2008)

In Abbildung 2 sind die Lernentwicklungen der beiden Schülerinnen in den verschiedenen Untersuchungsphasen dargestellt. Die grau hinterlegte Fläche veranschaulicht den Bereich  $\pm 1$  Standardabweichung um den Mittelwert der jeweiligen Kontrollgruppe. Die zugehörigen deskriptiven Angaben sind in Tabelle 3 zu finden.

Abb. 2: Leistungsentwicklung der beiden Schülerinnen (schwarz) sowie der jeweiligen Kontrollgruppe (grau)



Es wird deutlich, dass die beiden Mädchen eher zu den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern ihrer Klassen gehörten. Im Verlauf der Förderung gelang es ihnen aber, ihren Lernrückstand zu verringern. Nach Abschluss der Intervention blieben die Rechenleistungen auf konstant hohem Niveau. Eine Ausnahme stellen die Messwerte von Schülerin 1 in der Subtraktion dar, die in der zweiten A-Phase relativ stark anstiegen. In der Subtraktion waren die Lernfortschritte während der Förderung tendenziell geringer als in der Addition, allerdings verwechselten beide Mädchen zu mehreren Messzeitpunkten die Rechenoperationen, sodass sie die Zahlen addierten

Alle Urheberrechte liegen beim Verband Sonderpädagogik e. V. – Veröffentlichung und Wiedergabe sind nur mit Genehmigung des Rechteinhabers gestattet.



		N <sub>A</sub>	N <sub>B</sub>	N <sub>E</sub>	M <sub>A</sub> (SD)	M <sub>B</sub> (SD)	M <sub>E</sub> (SD)	Trend <sub>A</sub>	Trend <sub>B</sub>	Trend <sub>E</sub>	N <sub>KG</sub>	M <sub>KG</sub> (SD)	Trend <sub>KG</sub>
S <sub>1</sub>	AD	8	17	6	3.50 (1.20)	7.18 (2.38)	8.83 (1.47)	0.14	0.39	-0.09	15	11.97 (5.11)	0.13
	SU	8	17	6	1.50 (1.31)	2.33 (1.57)	4.17 (1.17)	0.11	0.25	0.49	15	6.47 (4.40)	0.08
S <sub>2</sub>	AD	7	15	6	4.71 (1.80)	8.47 (2.13)	9.33 (1.21)	0.71	0.30	0.11	14	12.25 (5.82)	0.16
	SU	7	15	6	1.29 (0.76)	3.00 (1.77)	3.83 (0.41)	0.26	0.21	0.03	14	7.94 (4.09)	0.07

Anmerkungen: S<sub>1</sub> – Schülerin 1; S<sub>2</sub> – Schülerin 2; AD – Addition; SU – Subtraktion; N – Anzahl Messzeitpunkte; M – Mittelwert; SD – Standardabweichung; KG – Kontrollgruppe

Tab. 3:  
Deskriptive Erhebungsdaten  
der beiden Schülerinnen sowie  
der jeweiligen Kontrollgruppe

anstatt sie zu subtrahieren. Dadurch sind die Ausreißerwerte nach unten zu erklären. Ebenso muss angemerkt werden, dass der Anstieg von Schülerin 2 in der A-Phase in beiden Grundrechenarten größer war als in der B-Phase. Möglicherweise erklärt sich dies durch Schwierigkeiten bei der CBM-Bearbeitung zum ersten Messzeitpunkt. Tabelle 4 stellt die ermittelten Effektstärkemaße dar. Eine Korrektur der Baseline (Tau-U) musste nicht vorgenommen werden.

Tab. 4:  
Berechnete Überlappungsindizes

	Schülerin 1		Schülerin 2	
	Addition	Subtraktion	Addition	Subtraktion
PEM	0.82	0.65	0.73	0.80
NAP <sub>0-100%</sub>	0.85	0.31	0.79	0.61
PAND <sub>0-100%</sub>	0.56	0.16	0.50	0.45
Tau-U	0.61	0.23	0.58	0.44

Mit Ausnahme des Maßes Tau-U sind die übrigen Effektstärken bei Schülerin 1 in der Addition als moderat bzw. groß (NAP<sub>0-100%</sub> = 0.85) zu bewerten, in der Subtraktion erweist sich die Förderung demnach jedoch als eher nicht wirksam. Alle vier Überlappungsindizes weisen bei ihr konsistent auf keinen Effekt der Förderung auf die Rechenkompetenzen im Bereich der Subtraktion hin. Bei Schülerin 2 hingegen sind sowohl in der Addition als auch in der Subtraktion je drei der vier Effektstärken als moderat zu bewerten. Nur Tau-U bildet hierbei in beiden Grundrechenarten eine Ausnahme und spricht eher für keinen Effekt der Förderung.

## Diskussion

### Hypothesengeleitete Zusammenfassung der Befunde

Das Ziel der vorliegenden Einzelfallstudie war, bei zwei Schülerinnen mit einem Bedarf an sonderpädagogischer Unterstützung im Schwerpunkt Lernen durch eine gezielte, adaptive Förderinheit eine Ablösung von zählenden Lösungsstrategien in der Addition und Subtraktion zu erreichen (Hypothese 1). Es wurde vor dem Hintergrund der Befunde von Voß (2016) erwartet, dass diese Strategieveränderung mit einer Steigerung der Rechenflüssigkeit einhergeht (Hypothese 2). Dass eine Veränderung der bevorzugten Rechenstrategien durch die Förderung ausgelöst wurde und nach Abschluss der Intervention vermehrt auch nicht-zählende Lösungswege von den Schülerinnen genutzt wurden, verdeutlichen die Ergebnisse im BESMath 1 zum Post- und Follow-Up-Test. Von 24 möglichen Punkten der Niveaustufe 2, welche „die Kompetenz des nicht zählenden Kopfrechnens im Zahlenraum bis 20“ (Moser Opitz et al., 2008, S.9) umfasst, erreichte Schülerin 1 zu beiden Messzeitpunkten elf und Schülerin 2 sogar 16 (Post-Test) bzw. 18 (Follow-Up) Punkte, im Prä-Test waren es nur ein Punkt (Schülerin 1) bzw. zwei Punkte (Schülerin 2). Somit verfallen die Mädchen auch mehrere Wochen nach Abschluss der Förderung nicht in ihre bewährten Zählstrategien zurück, weshalb die Hypothese 1 beibehalten werden kann.

Weniger eindeutig sind die Wirkungen der Förderung auf die Rechenflüssigkeit. Einerseits fiel der Mittelwertvergleich zwischen A- und B-Phase in beiden Grundrechenarten zugunsten der Intervention aus, auch der Anstieg war in der B-Phase jeweils höher als der Trend der Mitschülerinnen und Mitschüler. Letzteres ist durchaus bemerkenswert und kann vor dem Hintergrund von Studien, denen zufolge der Lernrückstand leistungsschwächerer Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik tendenziell im Verlauf der Schulzeit anwächst (sog. Schereneffekt; Aunola, Leskinen,

Lekkanen & Nurmi, 2004; Becker, Lüdtke, Trautwein & Baumert, 2006), als Beleg für die Wirksamkeit der Förderung gedeutet werden. Andererseits war der Leistungsanstieg bei Schülerin 2 in beiden Grundrechenarten in der A-Phase höher als in der B-Phase und bei Schülerin 1 sprechen alle vier berechneten Überlappungsindizes in der Subtraktion gegen einen positiven Effekt der Förderung. In der Addition weisen hingegen drei der vier Effektmaße bei Schülerin 1 auf eine moderate Wirksamkeit der Förderung hin, bei Schülerin 2 betrifft dies beide Grundrechenarten. Somit konnten zwar einige positive Hinweise auf Fördereffekte gefunden werden, jedoch sind die Befunde inkonsistent und sprechen nicht eindeutig für eine Beibehaltung der Hypothese 2.

### Inhaltliche Diskussion

Bei der Einordnung der Befunde sollte berücksichtigt werden, dass sich beide Schülerinnen zum Zeitpunkt der durchgeführten Intervention bereits im fünften Schulbesuchsjahr befanden und seit ihrer Einschulung sonderpädagogisch gefördert wurden. Dennoch lösten sie vor der Förder Einheit selbst im Zahlenraum bis 20 Additions- und Subtraktionsaufgaben mehrheitlich noch zählend. Insofern sind die Ergebnisse in Bezug auf den Erwerb nicht-zählender Rechenstrategien als durchaus vielversprechend zu bewerten und unterstreichen die Bedeutung von gezielten, spezifischen Interventionen neben dem regulären Unterricht für Schülerinnen und Schüler mit einem sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf im Lernen (Powell et al., 2015), wie sie beispielsweise in Mehrebenenpräventionsmodellen im Sinne des Response-to-Intervention-Ansatzes (u. a. Huber & Grosche, 2012; Voß et al., 2016) vorgesehen sind.

Zwar sind die Ergebnisse bezüglich der Steigerung der Rechenflüssigkeit weniger eindeutig, allerdings sollten auch diese vor dem Hintergrund von Befunden zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit Lernbeeinträchtigungen interpretiert werden. In diesem Zusammenhang ist eine längsschnittlich angelegte Studie von Werner und Höhr (2020) zu erwähnen, in welcher der DEMAT 5+ (Götz et al., 2013) jeweils zum Schuljahresende von der fünften bis zur neunten Klasse bei Schülerinnen und Schülern mit einem sonderpädagogischen Unterstützungsbedarf im Lernen eingesetzt wurde. Die untersuchten Schülerinnen und Schüler erzielten im Mittel einen  $T=31$  (Förderzentrum) bzw.  $T=32$  (inklusive Beschulung) am Ende von Klasse fünf sowie in beiden Unterrichtsformen einen  $T=36$  am Ende der neunten Klassenstufe (in Bezug auf die Normstichprobe der Fünftklässlerinnen und Fünftklässler). Es kann somit durchaus als Erfolg bewertet werden, dass in der vorliegenden Einzelfallstudie mehrheitlich moderate Effekte auf die Rechenleistungen gefunden wurden. Möglicherweise wären die Fördereffekte noch deutlicher ausgeprägt, wenn die Förderstunden nicht von einer Studierenden mit nur wenig Unterrichtspraxis geplant und durchgeführt worden wären. An dieser Stelle sei noch einmal erwähnt, dass das in dieser Studie verwendete Förderkonzept lediglich Impulse für die Förderplanung liefert, jedoch keine ausgearbeiteten Förderstunden bereitstellt. Dass erfahrenere Lehrkräfte mehr von so einer Planungshilfe profitieren würden, kann zumindest angenommen werden. Dieser Frage sollte in künftigen Forschungsvorhaben nachgegangen werden.

### Methodische Diskussion

Die hier präsentierten Einzelfalldaten können keine eindeutigen Fördereffekte auf die Rechenflüssigkeit der Schülerinnen belegen. Vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Ise und Kollegen (2012), die in ihrer Meta-Analyse zu effektiven Förderansätzen bei rechenschwachen Kindern zeigen konnten, dass kurzfristige Förderungen weniger wirksam sind als langfristig angelegte, erscheint dieser Befund allerdings plausibel. „So sollte die Förderung [...] in ausreichendem Umfang (mind. 600 Min.) durchgeführt werden“ (Ise et al., 2012, S. 190). Da die Dauer der Förderung bei der ersten Schülerin 510 Minuten und bei der zweiten Schülerin 450 Minuten betrug, jeweils abzüglich der benötigten Zeit zur Durchführung der CBM, sind keine sehr großen Fördereffekte zu erwarten. Zudem muss berücksichtigt werden, dass die Fördereinheiten parallel zum regulären Mathematikunterricht stattfanden. Eine unterrichtsergänzende Förderung hätte vermutlich eine weitere Steigerung der Wirksamkeit der Intervention zur Folge gehabt, insbesondere wenn Unterricht und Förderung inhaltlich aufeinander bezogen worden wären.

## Schlagwörter

Lernschwierigkeiten, sonderpädagogischer Unterstützungsbedarf, Mathematikförderung, zählendes Rechnen, Einzelfallstudie

## Abstract

Counting strategies are a characteristic symptom of students with difficulties in mathematics (Lorenz, 2015). Students with special educational needs in learning often use counting strategies even in secondary school (Werner & Klein, 2012). Since counting strategies can have negative effects on the further learning process, the acquisition of calculating strategies is one of the central goals of mathematical instruction. In this case study, an adaptive math training to replace counting strategies was evaluated with two fourth graders with special educational needs in learning. After the intervention the students used non-counting strategies more often. The effects of the intervention on the computational fluency were determined by various non-overlap techniques. However, the findings are inconsistent. Further research is required.

## Keywords

learning disabilities, special educational needs, math intervention, counting strategies, single subject study

In der vorliegenden Studie wurden alle erhobenen Messwerte berücksichtigt. Durch einen Ausschluss von Ausreißern hätten sich die Ergebnisse möglicherweise etwas anders dargestellt. Beispielsweise könnte es an einer Verwechslung der Grundrechenoperationen gelegen haben, dass die Fördereffekte in der Subtraktion tendenziell geringer ausfielen als in der Addition. Bei einem Ausschluss von allen CBM-Ergebnissen in der Subtraktion, in denen keine Punkte erzielt wurden, würde sich der Gesamteindruck zwar nicht grundlegend ändern, die Ergebnisse würden sich bei beiden Mädchen aber etwas positiver darstellen (Schülerin 1: PEM = 0.64, NAP<sub>0-100%</sub> = 0.38, PAND<sub>0-100%</sub> = 0.15, Tau-U = 0.28; Schülerin 2: PEM = 0.92, NAP<sub>0-100%</sub> = 0.81, PAND<sub>0-100%</sub> = 0.53, Tau-U = 0.44). Somit könnten Ausreißerwerte möglicherweise die zum Teil widersprüchliche Datenlage erklären. Die vorliegende Einzelfallstudie hat mehrere methodische Limitationen. Zum einen ist die geringe Anzahl der Baselinemessungen zu nennen. Möglicherweise ist dadurch der starke Anstieg der Messwerte in der ersten A-Phase bei Schülerin 2 zu begründen. Zudem wäre ein randomisierter Wechsel zwischen Baseline und Intervention günstiger gewesen (Grünke, 2012), allerdings erschien es aufgrund der Ferienzeiten sinnvoller, diese als Anlass für den Wechsel der Phasen der Studie heranzuziehen. Die interne Validität der Studie hätte zudem durch ein Multiple-Baseline-Design erhöht werden können (Jain & Spieß, 2012), das allerdings mindestens drei Personen umfassen sollte (Kazdin, 2021). Somit bleibt abschließend zu konstatieren, dass weitere kontrollierte Einzelfallstudien durchgeführt werden sollten,

um mithilfe einer Meta-Analyse zu aussagekräftigen Befunden hinsichtlich der Wirksamkeit von Individual- oder Kleingruppentrainings zur Ablösung des zählenden Rechnens bei Schülerinnen und Schülern mit einem Unterstützungsbedarf im Lernen zu gelangen.

## Literatur



Die für den Beitrag verwendete Literatur steht Ihnen online zur Verfügung:

[www.verband-sonderpaedagogik.de/wp-content/uploads/2023/06/zfh\\_2023\\_302\\_lit.pdf](http://www.verband-sonderpaedagogik.de/wp-content/uploads/2023/06/zfh_2023_302_lit.pdf)

Prof. Dr. Simon Sikora  
Europa-Universität Flensburg  
Institut für Sonderpädagogik  
Auf dem Campus 1a  
24943 Flensburg  
[simon.sikora@uni-flensburg.de](mailto:simon.sikora@uni-flensburg.de)